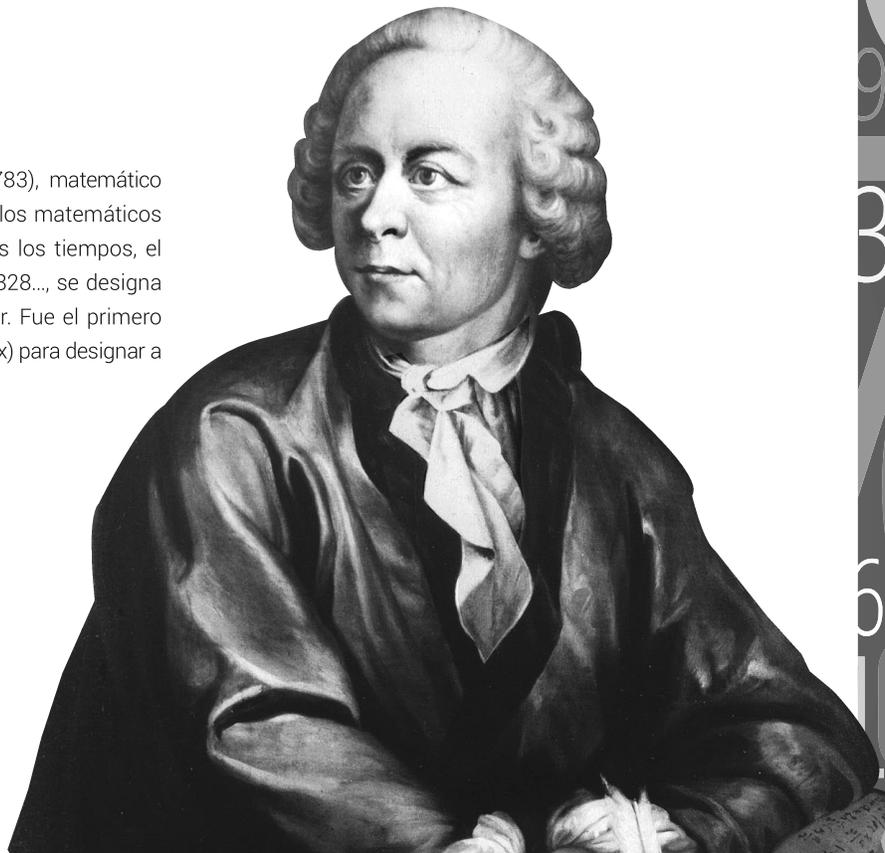


Capítulo 9

FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN

Leonhard Euler (1707 – 1783), matemático suizo, considerado uno de los matemáticos más importantes de todos los tiempos, el número irracional $e=2,71828\dots$, se designa con esta letra en su honor. Fue el primero en introducir la notación $f(x)$ para designar a las funciones.



CONCEPTOS CLAVES

- Dominio y recorrido
- Imágenes y preimágenes
- Función lineal
- Función afín
- Gráficos de función lineal y afín

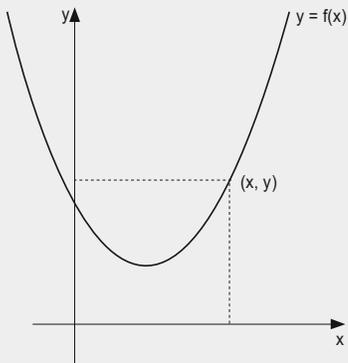
✓ CONCEPTO DE FUNCIÓN

Una función f definida de A a B relaciona los elementos de A con los de B , de modo que

- (1) Todo elemento de A está relacionado con un elemento de B .
- (2) Todo elemento de A se relaciona con un único elemento de B .

A se denomina el conjunto de partida y B el conjunto de llegada, al elemento del conjunto de partida se llama preimagen y al elemento con que se relaciona de B se llama imagen y se designa con la letra y . Si la función la designamos con la letra f , entonces la notación $y = f(x)$ hace alusión que "y" es la imagen de "x" (o que "x" es la preimagen de "y"). El conjunto de las preimágenes se llama dominio y el conjunto de las imágenes se llama recorrido.

En un sistema cartesiano, la imagen la pondremos en el eje vertical o eje de las ordenadas y la preimagen en el eje horizontal o eje de las abscisas.

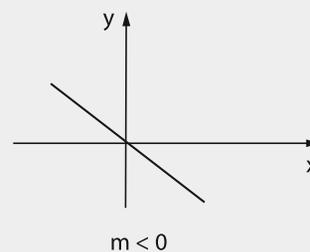
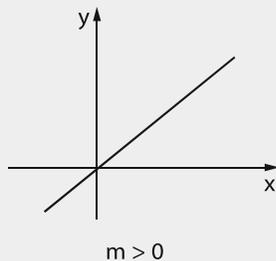


El gráfico de la función está formado por puntos (x, y) donde $y = f(x)$.

9

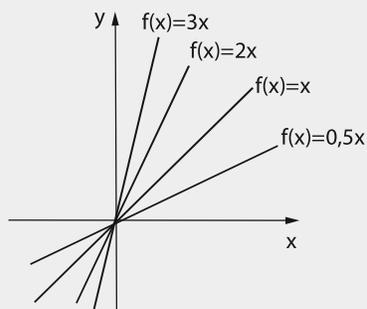
✓ FUNCIÓN LINEAL

Es de la forma $f(x) = mx$, donde $m \neq 0$, su gráfica es una recta que pasa por el origen y m es la pendiente de esta recta, la cual indica la inclinación de la recta:



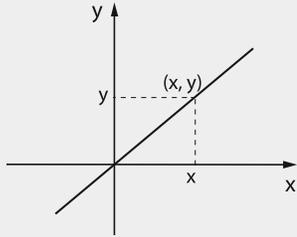
Si $m > 0$, la función es creciente, es decir a mayor "x" mayor "y", si $m < 0$, la función es decreciente, a mayor "x" menor "y".

Observa que a mayor pendiente, la inclinación de la recta con respecto al eje x es mayor:



175

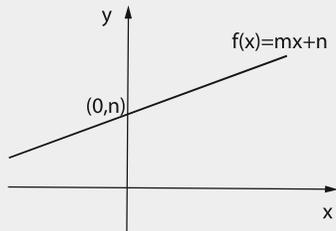
Observación: en una función lineal, la relación entre las variables corresponde a una proporcional directa:



Para todo punto (x, y) , excepto el $(0, 0)$ se cumple que $\frac{y}{x} = k$, donde k es una constante que coincide con la pendiente m .

✓ FUNCIÓN AFÍN

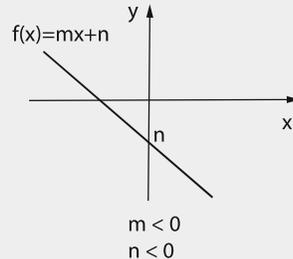
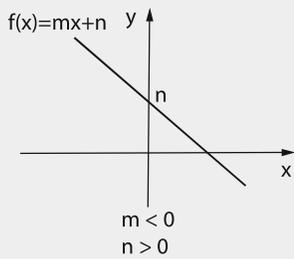
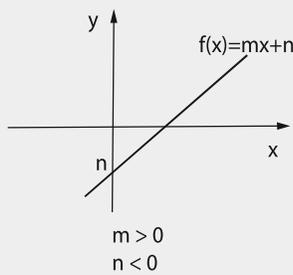
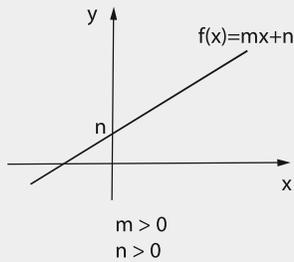
Es de la forma $f(x) = mx + n$, donde m al igual que en la función lineal, corresponde a la pendiente y n es el coeficiente de posición, donde $(0, n)$ es el punto donde la recta interseca al eje y .



9

• **Gráfico de la función afín**

Gráficamente, en la función afín podemos tener las siguientes situaciones:



- **Determinación de la función afín dados dos puntos de su gráfica**

Supongamos que tenemos los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) de la gráfica de una función afín, podemos determinar la pendiente de su gráfica, a través de la expresión:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Posteriormente podemos encontrar la función a través de la fórmula:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad (\text{ecuación punto-pendiente})$$

Este método lo ocuparemos en el ejercicio resuelto 4.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Sea la función f definida en los reales mediante $f(x) = \frac{2}{3}x - 2$, ¿cuál es la preimagen del 10?

Solución:

Como $f(x) = 10$, planteamos la ecuación $10 = \frac{2}{3}x - 2$, despejando "x" obtenemos $12 = \frac{2}{3}x \rightarrow x = 18$, por lo que la preimagen del 10 es 18.

2. En un estanque hay 1.800 litros y una bomba extrae 60 litros por minuto, determina el modelo que describe la cantidad $C(t)$ de litros que hay en el estanque después de t minutos que se activa la bomba.

Solución:

Como en un inicio hay 1.800 litros, por cada minuto que pasa la bomba saca 60 litros del estanque, luego a los "t" minutos extraerá $60t$ litros, entonces la función que modela la cantidad de litros que queda en el estanque es $C(t) = 1.800 - 60t$

3. Un modelo para la temperatura T , en grados Celcius ($^{\circ}\text{C}$), de un líquido está dada por $T(t) = 80 - 2t$, donde t es el tiempo transcurrido en minutos. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) A los 12 minutos la temperatura del líquido será de 56°C .
- B) Para que la temperatura del líquido llegue a 0°C se requieren más de 30 min.
- C) A los 20 minutos la temperatura habrá bajado a la mitad.
- D) La temperatura aumenta a razón de 2°C por minuto.

Solución:

En A) si reemplazamos $t = 12$ en la función obtenemos $T(12) = 80 - 2 \cdot 12 = 56^{\circ}\text{C}$, luego es A) es correcta.

En B) igualemos $T(t)$ a cero, con lo que llegamos a la ecuación $T(t) = 80 - 2t = 0 \rightarrow t = 40'$, luego B) es verdadera.

Al inicio, es decir para $t = 0$, la temperatura era $T(0) = 80 - 2 \cdot 0 = 80^{\circ}\text{C}$ y a los 20 minutos la temperatura era $T(20) = 80 - 2 \cdot 20 = 40^{\circ}\text{C}$, luego C) es verdadera.

Si analizamos la función dada $T(t) = 80 - 2t$, tenemos que su pendiente es -2 , lo que indica que la variable dependiente, la temperatura, baja 2°C por cada minuto, por lo tanto D) es FALSA.

4. Un técnico cobra un costo fijo por la visita a domicilio más un cierto valor por hora trabajada.

Se sabe que por 3 horas cobra \$57.000 y por 4 horas \$72.000.

Determina la función que modela el costo según la cantidad x de horas trabajadas.

Solución:

pongamos que por la visita a domicilio cobra \$ a y que cobra \$ b por cada hora de trabajo, entonces el costo por t horas de trabajo está dado por la función $C(t) = a + bt$.

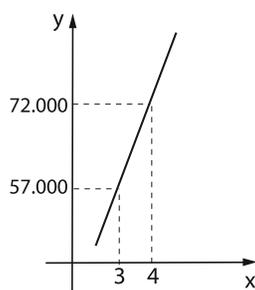
Tenemos que para 3 horas cobra \$57.000, entonces $a + 3b = 57000$, por 4 horas cobra \$72.000, entonces $a + 4b = 72000$.

Resolviendo el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} a + 3b = 57000 \\ a + 4b = 72000 \end{cases}$$
, obtenemos que $b = 15.000$ y $a = 12.000$, luego la función

que determina el costo a cancelar por x horas de trabajo es $C(x) = 12000 + 15000x$.

Otra forma de hallar la función es ocupar la ecuación punto-pendiente.

Tenemos la siguiente situación:



Como la gráfica pasa por los puntos $(3, 57000)$, $(4, 72000)$, primero calculamos la pendiente de la gráfica

utilizando la expresión: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, en este caso obtenemos: $m = \frac{72000 - 57000}{4 - 3} = \frac{15000}{1} = 15000$,

ahora utilizamos la ecuación punto pendiente: $y - y_1 = m(x - x_1)$, reemplazando tenemos que

$y - 57000 = 15000(x - 3)$, desarrollando y despejamos "y" se tiene: $y = 15000x + 12000$, luego la función

pedida es $C(x) = 15000x + 12000$, la misma que obtuvimos con el método anterior.

5. Sea la función definida en los reales, mediante $f\left(\frac{x+2}{3}\right) = 2x + 5$, entonces $f(x) =$

- A) $6x - 7$
- B) $6x + 1$
- C) $6x + 3$
- D) $6x + 5$

Solución:

Lo que haremos para resolver esta situación es hacer un cambio de variable. Para ello a la expresión $\frac{x+2}{3}$ la designaremos con una nueva letra, por ejemplo u, entonces: $u = \frac{x+2}{3}$, en esta ecuación despejamos x, con lo que obtenemos $x = 3u - 2$, entonces la expresión dada $f\left(\frac{x+2}{3}\right) = 2x + 5$, se transforma en $f(u) = 2(3u - 2) + 5$, desarrollando y reduciendo términos, obtenemos $f(u) = 6u + 1$, ahora cambiamos "u" por "x" y obtenemos finalmente que $f(x) = 6x + 1$, alternativa B).

6. Sea f una función definida en los reales mediante $f(x + 2) = 2f(x) + 5$. Si $f(6) = 59$, entonces $f(0) =$

Solución:

Como acá no tenemos explícitamente la función f, lo que haremos es darnos diversos valores para "x" de modo de relacionar las preimágenes 0 y 6.

Si nos damos el valor $x = 4$, en la expresión dada podemos formar al lado izquierdo $f(6)$ cuyo valor conocemos, entonces:

- (1) Si $x = 4 \rightarrow f(6) = 2f(4) + 5$
- (2) Si $x = 2 \rightarrow f(4) = 2f(2) + 5$
- (3) Si $x = 0 \rightarrow f(2) = 2f(0) + 5$

En (1) reemplazamos $f(6)$ por 59 y despejamos $f(4)$ lo cual nos da 27, reemplazamos $f(4) = 27$ en (2) y despejamos $f(2)$ lo que da 11, reemplazando $f(2) = 11$ en (3), despejamos $f(0)$ y obtenemos 3.
 Respuesta $f(0) = 3$



ATENCIÓN

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podrás encontrar material como:

- Clases con contenidos
- Videos con resolución de ejercicios
- Mini Ensayos - Ensayos y ¡mucho más!





Visita nuestro
portal educativo

EJERCICIOS DE PRÁCTICA

1. Sea una función definida en los reales, mediante $f(x) = \frac{2x+1}{3}$, entonces $f(4) - f(7) =$

- A) -4
- B) -2
- C) 2
- D) 8

2. Sea la función definida en los reales mediante $f(x) = 2x + 3$, entonces $f(a + b) - f(b) =$

- A) $2a$
- B) $2a + 6$
- C) $2a - 3$
- D) $2a - b$

3. Sean las funciones f y g definidas en los reales mediante $f(x) = 5x - 2$ y $g(x) = 3x$, entonces $f(g(2)) =$

- A) 20
- B) 24
- C) 28
- D) 30

4. ¿En cuál de las siguientes tablas de valores se muestra una relación que puede ser modelada a través de una función de la forma $f(x) = qx$, con dominio el conjunto $\{-1, -2, 1\}$ y q es una constante?

A)

x	g(x)
-2	1
-1	2
1	3

B)

x	h(x)
-2	4
-1	1
1	1

C)

x	j(x)
-2	1
-1	1
1	1

D)

x	k(x)
-2	$-\frac{2}{3}$
-1	$-\frac{1}{3}$
1	$\frac{1}{3}$

5. En una piscina hay 1.500 litros y el desagüe bota medio litro por minuto.
La función que describe la cantidad de litros (L) que habrá en la piscina a las "x" horas después de abrir el desagüe es

- A) $L(x) = 1500 - \frac{x}{120}$
- B) $L(x) = 1500 - \frac{x}{2}$
- C) $L(x) = 1500 - 30x$
- D) $L(x) = (1500 - 30)x$

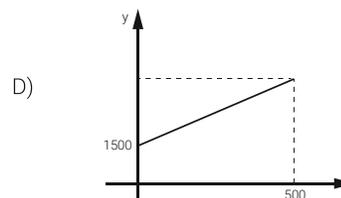
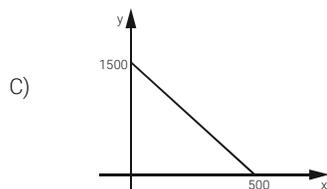
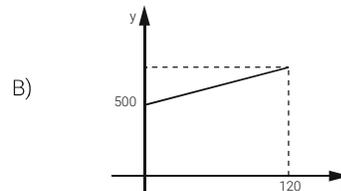
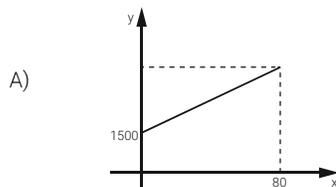
6. Jorge tiene que enviar su vehículo a reparaciones y tiene dos talleres en su sector, el taller "Daytona" cobra un costo fijo de 3 UF más 2 UF por cada hora de trabajo, mientras que el taller "Le Mans" cobran 2,5 UF por cada hora de trabajo y no cobran cargo fijo. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Si la reparación es inferior a 6 horas es más conveniente "Le Mans".
- B) A las 6 horas ambos talleres son igualmente convenientes.
- C) Si la reparación es de 8 horas, la diferencia positiva entre los costos de ambos talleres es superior a 1 UF.
- D) Si la reparación es de 4 horas, "Daytona" cobraría un 10% más que "Le Mans".

7. ¿Cuál de las siguientes funciones definidas en los reales corresponde a una función afín tal que $f(2) = -6$?

- A) $f(x) = -3x$
- B) $f(x) = -2x + 2$
- C) $f(x) = -5x + 4$
- D) $f(x) = -x^2 - 2$

8. Una compañía de transporte, para trayectos menores a 500 km, para encomiendas inferiores a 3 kilos cobra un costo fijo de \$1.500 más \$120 por cada km que haya al destino. Si la tarifa se modela mediante una función de la forma $f(x) = mx + n$, ¿cuál de los siguientes gráficos representa mejor a la gráfica de f ?



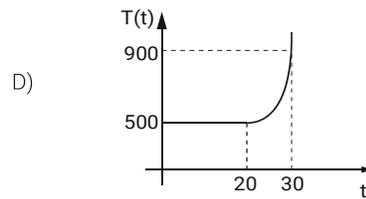
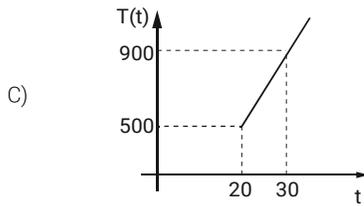
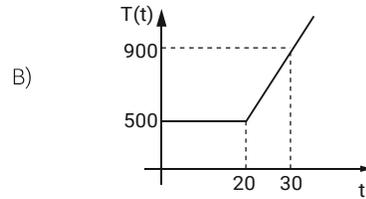
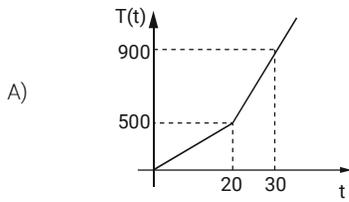
9. En la siguiente tabla se muestra el resultado obtenido por un laboratorio de una marca de automoviles acerca del consumo de un vehículo de una cierta marca y modelo, según su rapidez:

rapidez	consumo
Entre 0 y 60	15 km/L
Entre 60 y 80	14 km/L
Entre 80 y 120	12 km/L

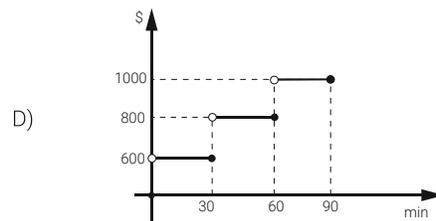
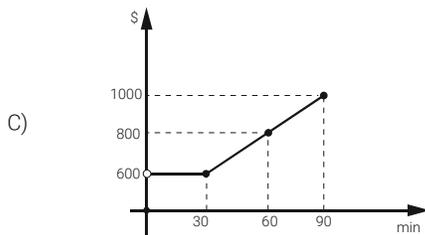
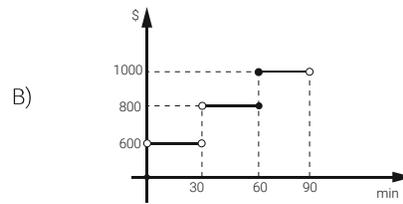
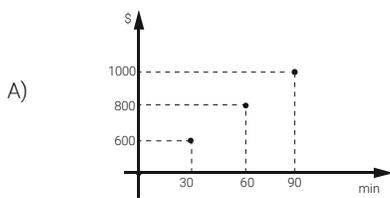
En un viaje al sur del país, un vehículo de esta marca y modelo se desplazó durante 90 km a una rapidez media de 55 km/h y en la tarde anduvo k kilómetros a una rapidez media de 100 km, entonces la función que modela la cantidad de litros de combustible $C(k)$ en términos de los k kilómetros recorridos durante este viaje es

- A) $C(k) = 6 + 12k$
- B) $C(k) = 90 \cdot 15 + 12k$
- C) $C(k) = 6 + \frac{k}{12}$
- D) $C(k) = \frac{1}{6} + \frac{12}{k}$
10. Se tiene la función f , definida en los reales, mediante $f(x) = \frac{2}{5}x + 3$, ¿cuál es la preimagen del -5 ?
- A) -20
- B) -5
- C) 1
- D) 3
11. ¿Cuál de las siguientes relaciones **NO** se puede escribir como una función de la forma $f(x) = kx$, con k una constante y con dominio en los números reales positivos?
- A) El perímetro de un cuadrado en función de la longitud de sus lados.
- B) La diagonal de un cuadrado en función de la longitud de sus lados.
- C) El área de un cuadrado en función de la longitud de sus lados.
- D) La altura de un triángulo equilátero en función de la longitud de sus lados.
12. Sea una función definida en los reales mediante $f(x) = ax + b$, ¿cuánto valen **a** y **b** respectivamente, si $f(2) = -1$ y $f(3) = -2$?
- A) -1 y -1
- B) -1 y 1
- C) -2 y -1
- D) -2 y 1

13. En un estacionamiento cobran \$500 lo que te da derecho a estacionar 20 minutos y posteriormente cobran \$40 por cada minuto adicional. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor la tarifa $T(t)$ a los t minutos de estacionamiento?



14. En el estacionamiento "Autopark", la tarifa es de \$600 los primeros 30 minutos, más \$200 por cada 30 minutos o fracción de este. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor a la tarifa del estacionamiento según la cantidad de minutos en el que el vehículo permanece en el recinto?



15. En la siguiente tabla se muestra el consumo en kWh/mes de ciertos artefactos que se encuentran en una oficina:

Artefacto	kWh/mes
Iluminación	9
Hervidor	7
Computadores	14

Además se ocupa una cafetera la que consume 0,4 kWh cada 15 minutos y se sabe que esta diariamente se ocupa 45 minutos. La compañía de electricidad de esta oficina tiene un cobro fijo de \$1500 y un cobro de \$P por cada Kwh de consumo, entonces la función que modela el cobro $C(P)$ de la compañía de electricidad en un mes de 30 días es

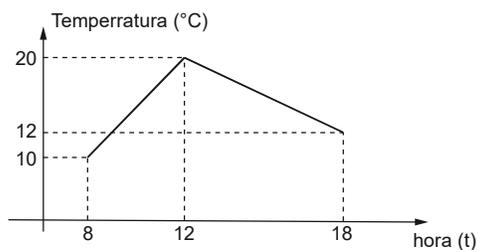
- A) $C(P) = 1500 + 30P + 1,2P$
 B) $C(P) = 1500 + 30P + 1,2 \cdot 30P$
 C) $C(P) = 1500 + 30 + 1,2P$
 D) $C(P) = 1500 + 30 \cdot 30P + 1,2 \cdot 30P$
16. Un pediatra indica que hay que administrarle a un niño 0,025 gramos de un medicamento por cada kilo que este tenga. Según esto, ¿cuál de las siguientes funciones modela la cantidad de gramos que habría que administrarle a un niño que pesa m gramos?

- A) $m \cdot 0,025$
 B) $\frac{m}{0,025}$
 C) $\frac{m}{1000} \cdot 0,025$
 D) $\frac{0,025 \cdot 1000}{m}$

17. La tarifa de una compañía eléctrica consiste en un cargo fijo de \$a más \$b por cada kWh de consumo, donde a y b son constantes positivas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Si la tarifa fue de \$c, entonces el consumo fue de $\left(\frac{c-a}{b}\right)$ kWh.
 B) Para un consumo de $\left(\frac{a}{b}\right)$ kWh, la tarifa fue de $\$(2a)$.
 C) La tarifa es siempre superior a \$a.
 D) Por cada aumento en el consumo de c kWh la tarifa aumenta en $\$(bc)$.

18. En el siguiente gráfico se ilustra la temperatura $T(t)$ de una habitación entre las 8 y las 18 horas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) La función que modela la temperatura entre las 8 y 12 horas es $T(t) = 2,5t - 10$.
- B) La función que modela la temperatura entre las 12 y 18 horas es $T(t) = -\frac{4}{3}t + 36$.
- C) Entre las 8 y las 12 horas la temperatura sube $2,5^\circ\text{C}$ por hora.
- D) A las 16 horas la temperatura era superior a los 16°C .
19. En una compañía de arriendo de vehículos, el valor del arriendo consiste en \$18.000 diarios, lo que te permite recorrer hasta 200 km, pero si andas más de este kilometraje te cobran \$100 por cada kilómetro adicional. Fernando arrienda un vehículo que conducirá n kilómetros ($n > 200$) en un cierto día, ¿cuál de las siguientes funciones permite determinar el cobro $C(n)$ del arriendo del vehículo por ese día?
- A) $C(n) = 18000 \cdot 200 + 100(n - 200)$
- B) $C(n) = 18000 + 100(200 - n)$
- C) $C(n) = 18000 + 100(n - 200)$
- D) $C(n) = 18100(n - 200)$
20. Sea la función $f(x) = \frac{3}{2}x$ definida en los reales positivos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Modela el perímetro de un cuadrado de lado $\frac{3}{8}x$ cm.
- B) Modela el perímetro de un triángulo equilátero cuyo lado mide $0,5x$ cm.
- C) Modela la longitud de la altura de un triángulo equilátero cuyo lado mide $2x\sqrt{3}$ cm.
- D) Modela la longitud del radio de una circunferencia inscrita a un cuadrado cuyo lado mide $3x$ cm.

21. Sean las funciones f y g definidas en los números reales, mediante $f(x) = \frac{3}{2}x - 1$ y $2g(x) - 3x + 5 = 0$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) Sus gráficas corresponden a rectas paralelas.
 B) La gráfica de $f(x) - g(x)$ corresponde a una recta paralela al eje x .
 C) Para todo x real, $f(x) < g(x)$.
 D) $5f(x) - 2g(x)$ corresponde a una función lineal.
22. Sea la función f definida en los reales mediante $f(x) = px - p$, con p una constante distinta de cero. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) $f(p)$ es divisible por $(p - 1)$.
 B) $f(p^2)$ es divisible por $(p + 1)$.
 C) $f(p + 1)$ es divisible por p .
 D) $f(p - 1)$ es divisible por $(p + 2)$.
23. La profesora de matemática de Alberto le pregunta: "en la función definida en los reales, $f(x) = (x - 3)^2 + 1$, ¿cuál es la preimagen de 17?", para resolver este problema, Alberto realiza el siguiente procedimiento:

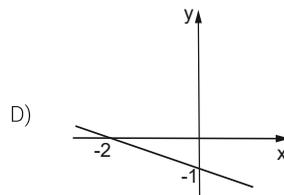
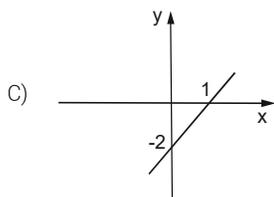
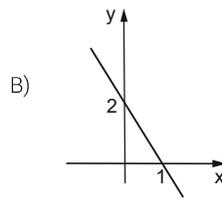
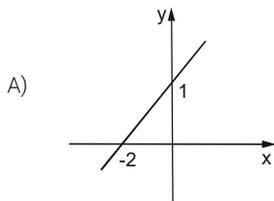
$$\begin{array}{l}
 f(x) = (x - 3)^2 + 1 \\
 17 = (x - 3)^2 + 1 \\
 16 = (x - 3)^2 \\
 4^2 = (x - 3)^2 \\
 x - 3 = 4 \rightarrow x = 7 \\
 \text{La preimagen es solo el } 7
 \end{array}$$


Paso 1
Paso 2
Paso 3
Paso 4

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Cometió un error en el paso 1.
 B) Cometió un error en el paso 2.
 C) Cometió un error en el paso 3.
 D) Cometió un error en el paso 4.

24. Las siguientes gráficas, corresponden a funciones afines, ¿cuál de ellas tiene pendiente $-\frac{1}{2}$?



25. Sea la función afín $y = f(x)$, definida en los reales. En la siguiente tabla se muestran algunos valores para x y sus correspondientes valores para y .

x	y
3	2
5	-2

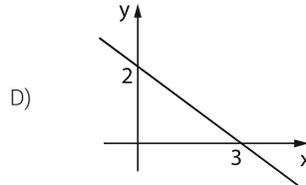
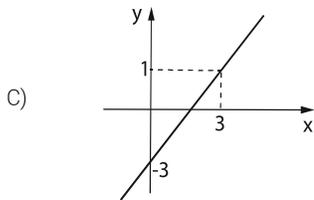
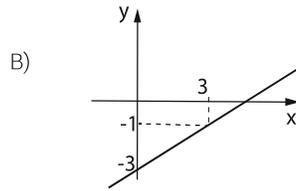
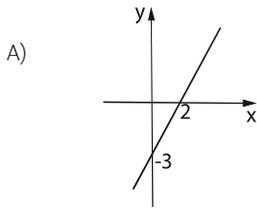
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La gráfica tiene pendiente -2.
- B) La gráfica interseca al eje de las ordenadas en el punto (0, 8).
- C) La gráfica interseca al eje x en el punto (0, 4).
- D) La gráfica pasa por el punto (-2, 12)

26. Una función definida en los reales de la forma $f(x) = mx + n$, es tal que su gráfica pasa por los puntos (2, 9) y (7, 29), ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Su gráfica tiene pendiente 4.
- B) Su gráfica pasa por el punto (5, 21).
- C) La preimagen a es $\frac{a-1}{4}$.
- D) La imagen de $(a+1)$ es $(4a+4)$.

27. Sea la función f , cuyo dominio es el conjunto de los números reales, definida por $f(x) = \frac{2}{3}x - 3$, ¿cuál de los siguientes gráficos representa a la gráfica de f ?



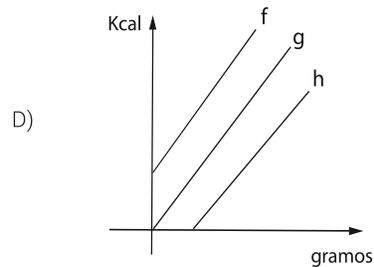
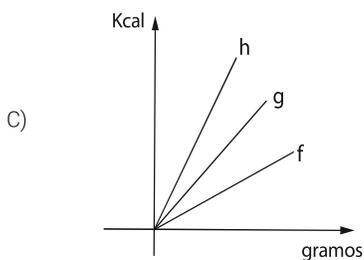
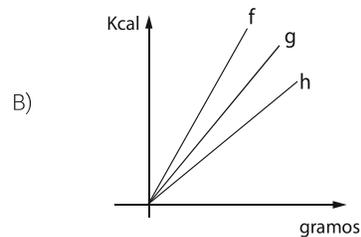
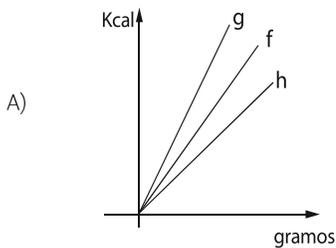
28. Sea la función f definida en los reales mediante $f(x) = (k + 1)x - (2k - 1)$, con k una constante, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Su gráfica tiene pendiente igual a $(k + 1)$.
- B) Su gráfica corta al eje y en el punto $(1 - 2k, 0)$.
- C) Si $f(4) = -3$, entonces $k = -4$.
- D) La gráfica pasa por el punto $(2, 3)$ para todo valor de k .

29. En la siguiente tabla se muestra la cantidad de Kcal que se consumen por cierta cantidad de gramos de algunas frutas:

	Kcal	gramos
Ciruelas	90	200
Cerezas	25	50
Plátanos	120	100

Si f , g y h son las funciones que determinan la cantidad de Kcal que se consumen por cada x gramos de plátanos, cerezas y ciruelas respectivamente, ¿cuál de las siguientes alternativas representa mejor a la gráfica de estas tres funciones?



30. Una empresa distribuidora de electricidad, cobra a sus usuarios un cargo fijo de \$520, que corresponde a servicios de administración, más \$110 por cada kWh de consumo. Si en un cierto mes la tarifa a pagar en una cierta casa es de \$46.720, ¿cuántos kWh tuvieron de consumo en ese mes?

- A) 380
- B) 400
- C) 420
- D) 450

31. Las ganancias mensuales de una PYME, medidas en pesos, al vender x artículos, se ha modelado con la función $G(x) = 2.000x - 1.500.000$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Por cada artículo vendido la empresa tiene una ganancia de \$2.000.
- B) Los costos fijos de la PYME corresponden a \$1.500.000
- C) La empresa debe vender más de 75 artículos para obtener ganancias.
- D) Si la empresa quiere obtener más de \$1.000.000 de ganancia debe vender más de 1.250 artículos.

32. Francisco compra 8 prendas entre poleras y camisas. Si las poleras cuestan \$5.000 y las camisas \$20.000. ¿Cuál de las siguientes funciones modela la cantidad a cancelar si (x) es el número de poleras que compra?

- A) $f(x) = 25.000x$
- B) $g(x) = 16.000 - 150.000x$
- C) $h(x) = 160.000 - 15.000x$
- D) $j(x) = 25.000x - 160.000$

33. Berta, profesora de matemática le pide a cuatro de sus alumnos(as), le indiquen alguna información que permita determinar la función definida en los reales mediante $f(x) = mx$, con $m \neq 0$.

- **Laura** dice que es suficiente con saber que $f(2) = 6$.
- **Sergio** dice que basta con conocer que $f(m) = 9$.
- **Carlos** dice que es suficiente con saber que la preimagen de 6 es 2.
- **Marta** dice que basta con conocer que el punto $(4,12)$ pertenece a la gráfica de la función.

¿Cuál de ellos se equivoca?

- A) Laura
- B) Sergio
- C) Carlos
- D) Marta

34. Se ha determinado que la temperatura T (medida en $^{\circ}\text{C}$) a los t minutos después de apagar la calefacción en una habitación se puede modelar con la función $T(t) = 28 - 0,2t$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Al apagar la calefacción la temperatura de la habitación era 28°C .
- B) Cada 5 minutos la temperatura disminuye 1°C .
- C) A las 2 horas de haber apagado la calefacción, la temperatura de la habitación será $27,6^{\circ}\text{C}$
- D) A los 40 minutos después de apagar la calefacción, la temperatura será de 20°C .

35. Un profesor toma un test de 50 preguntas a los estudiantes de un curso. Si el puntaje base es de 150 puntos, por cada pregunta buena se le suman 5 puntos y por cada errada se le descuentan 2 puntos. ¿Cuál de las siguientes funciones modela el puntaje obtenido por un estudiante, suponiendo que no omite ninguna pregunta y "x" es la cantidad de preguntas que contesta correctamente?

- A) $f(x) = 50 - 3x$
- B) $g(x) = 250 + 3x$
- C) $h(x) = 150 + 3x$
- D) $r(x) = 50 + 7x$

36. Sea f una función definida en los reales mediante $f(x) = ax - b^2$, entonces $\frac{f(a+b) - f(a-b)}{2} =$

- A) $a + b$
- B) $a - b$
- C) ab
- D) $b(a - b)$

37. Sea f una función lineal definida en los reales tal que $f(a) = b$, con $ab \neq 0$, entonces $f(p) =$

- A) $\frac{pa}{b}$
- B) $\frac{pb}{a}$
- C) $\frac{a}{pb}$
- D) $\frac{b}{pa}$

38. Sean f y g dos funciones definidas en los reales mediante $f(x) = 3g(x) + 5$; $g(x) = 2x - 7$, ¿cuál es la preimagen del 2 según f ?

- A) -4
- B) -1
- C) 3
- D) 4,5

39. Sea la función f , definida en los reales mediante $f(x) = px$, con p un número entero no nulo. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones **NO** es siempre verdadera?
- A) La imagen de p es un número entero positivo.
 - B) La imagen de un número positivo es positivo.
 - C) La imagen de un entero es un múltiplo de p .
 - D) La preimagen de q es $\frac{q}{p}$.
40. La compañía de electricidad Volta cobra a sus clientes un cargo fijo de \$680 más \$150 por cada kWh de consumo, mientras que la compañía Energy cobra un cargo fijo de \$500 más \$200 por cada kWh, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) Para un consumo inferior a 3 kWh es más conveniente Energy.
 - B) Para un consumo superior a 4 kWh es más conveniente Volta.
 - C) Para un consumo de 3,6 kWh ambas tienen la misma tarifa.
 - D) Independiente del consumo es más conveniente Volta.
41. En una cierta comuna de la capital, están muy cercanas las pizzerías Roma y Palermo. Se hace un estudio comparativo de las ventas de ambas pizzerías, concluyéndose que Roma al inicio del estudio aún no vendía por haberse inaugurado en esa fecha y después fue aumentando su venta en 30 pizzas por mes, mientras que Palermo al inicio del estudio vendía 400 pizzas pero sus ventas fueron bajando en 20 pizzas cada mes. ¿A los cuántos meses después de iniciado el estudio, coincidirá el número de pizzas vendidas por ambos establecimientos?
- A) 6
 - B) 7
 - C) 8
 - D) 9
42. Sean las funciones f y g definidas en los reales mediante $f(x) = px + q$, $g(x) = qx + p$, con $p \neq q \neq 0$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) Las gráficas de ambas funciones se intersectan en el punto $(1, p + q)$.
 - B) Las gráficas podrían intersectarse en el mismo punto del eje x .
 - C) La gráfica de g no se puede obtener mediante una traslación de la gráfica de f .
 - D) Las gráficas de las funciones podrían ser simétricas respecto del eje y .

43. En una casa hay un desperfecto en el baño, para su reparación se piden presupuestos a los maestros Juan y Pedro. Juan cobra una UF por la visita más 0,2 UF por hora de trabajo, mientras que Pedro cobra 0,3 UF por hora trabajada. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) Si el trabajo es inferior a 3 horas, Pedro es más económico.
 B) Si el trabajo dura 12 horas, Juan es el más económico.
 C) Si el trabajo dura 10 horas, ambos cobran lo mismo.
 D) Para trabajos inferiores a 10 horas, Juan es el más económico.
44. Se tienen dos estanques para almacenar agua, en el primero hay 1250 litros y una bomba le extrae agua a la rapidez de 0,4 litros por segundo, mientras que en el segundo hay 800 litros y una bomba lo llena con agua a la rapidez de 0,5 litros por segundo. Si las dos bombas se accionan simultáneamente, ¿a los cuántos segundos la cantidad de agua en ambos estanques será la misma?
- A) menos de 400.
 B) entre 400 y 500.
 C) a los 500.
 D) más de 500.
45. En una fábrica de estanterías, se ha establecido que la cantidad de masa máxima M (en kg) que puede soportar una estantería de un cierto ancho, de alto d m y largo L m, se modela mediante la expresión, $M = \frac{150d + 120}{L^2}$. Si un comerciante ha instalado en su negocio una estantería de este tipo, con un alto de 3 cm y un largo de 2 m, según este modelo, ¿cuántas cajas de 6 kilos como máximo podrá poner en esta estantería?
- A) 4
 B) 5
 C) 6
 D) 7
46. Un estudio científico ha determinado que la luminosidad del sol al ingresar a un cierto lago disminuye a razón de un 10% cada 2 metros. Si la luminosidad del sol en la superficie del lago es A vatios, entonces la función que modela la luminosidad que habrá a los n metros de profundidad, medida en vatios (W) es
- A) $(0,9)^{2n} \cdot A$
 B) $(0,9)^n \cdot A$
 C) $(0,9)^{\frac{n}{2}} \cdot A$
 D) $(0,9) \cdot \frac{n}{2} \cdot A$

47. El rendimiento de un vehículo en ciudad es 9 km/L y en carretera es de 12 km/L, ¿cuál de estas funciones modela la cantidad de litros que se consume en un recorrido de x km, donde los primeros 36 los hizo en ciudad y el resto en carretera?

A) $f(x) = 7 - \frac{x}{12}$

B) $g(x) = 1 + \frac{x}{12}$

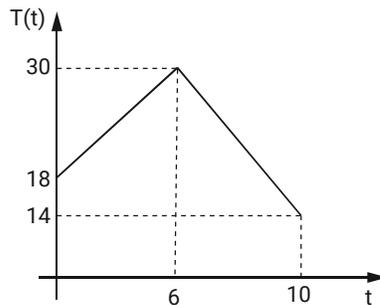
C) $h(x) = 4 + \frac{x}{12}$

D) $q(x) = \frac{1}{4} + \frac{12}{x-36}$

48. En un peaje al sur del país, la cantidad total de vehículos $C(t)$ que han pasado por él se ha modelado a través de la expresión $C(t) = \frac{4t^2 + 2}{2t}$ (medido en cientos de vehículos) siendo t es la cantidad de horas transcurridas desde que se inicia la medición (con $0 < t \leq 5$). ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) A las dos horas habían pasado por este peaje 450 vehículos.
- B) A las tres horas habían pasado por este peaje más de 630 vehículos.
- C) A las cuatro horas habían pasado por este peaje 825 vehículos.
- D) Al término de la medición habían pasado menos de 1.000 vehículos por este peaje.

49. La temperatura T medida en grados Celcius ($^{\circ}\text{C}$) de una habitación se modela a través de la función $T(t)$ donde t es la cantidad de horas transcurridas desde el momento de inicio de la medición hasta las 10 horas transcurridas, siendo su gráfico el siguiente:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Durante las primeras seis horas, la temperatura subió 2°C por hora.
- B) La función que modela la temperatura es $T(t) = 54 - 4t$ si $6 \leq t \leq 10$.
- C) Transcurridas 8 horas la temperatura será de 22°C .
- D) En un instante la temperatura será de 0°C .

50. En una empresa, el costo de producir una cierta cantidad de artículos, comprende un costo fijo más un costo por cada artículo. Si se sabe que el costo de producir 20 artículos es \$512.000 y el costo de producir 40 artículos es \$524.000, ¿cuál de las siguientes funciones, modela el costo $C(x)$ de producir x artículos?
- A) $C(x) = 600x$
 B) $C(x) = 500000x$
 C) $C(x) = 500000 + 600x$
 D) $C(x) = 600 + 500000x$
51. El nivel del agua en un estanque cilíndrico es de h metros y baja en forma continua q metros por hora, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) La función que modela la altura H del agua en el estanque (en m) a las x horas es $H(x) = h - qx$.
 B) La cantidad de horas que hay que esperar para que la altura baje a la mitad es $\frac{h}{2q}$.
 C) Después de $\frac{h}{q}$ horas no habrá agua en el estanque.
 D) Para que la altura original del agua se reduzca en un 10% hay que esperar $\frac{9h}{10q}$ horas.
52. Se tienen dos estanques A y B con agua, de modo que el estanque A tiene 5.000 litros y una bomba le extrae 200 litros por minuto, mientras que en estanque B hay 2.000 litros y una bomba le agrega 300 litros por minuto. Si las dos bombas se accionan simultáneamente, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) A los 25 minutos el estanque A estará vacío.
 B) A los 30 minutos el estanque B tendrá más de 10.000 litros.
 C) Antes de los 6 minutos el estanque B tendrá más agua que el estanque A.
 D) A los 6 minutos ambos estanques tendrán la misma cantidad de agua.
53. Un profesor ha utilizado una escala lineal para determinar la nota que obtiene un(a) alumno(a) según el puntaje logrado. Se sabe que un estudiante con 6 puntos obtuvo un 4,0 mientras que uno con 18 puntos obtiene un 7,0. Si el puntaje mínimo es 0 puntos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) Para obtener un 4,5 se deben obtener más de 8 puntos.
 B) La nota mínima que puede obtener un estudiante es un 2,5.
 C) Para obtener sobre un 5,0, se debe tener más de 10 puntos.
 D) Si un estudiante quiere obtener un 6,0 debe tener 14 puntos.
54. Si f es una función definida en los reales tal que $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = x - 1$, entonces $f(x+1) =$
- A) $2x - 2$
 B) $2x + 1$
 C) $2x$
 D) $2x - 1$

55. Sea f una función definida en los reales mediante $f\left(\frac{x-5}{1-x}\right) = x + 1$, entonces $f(3) =$

- A) -3
- B) -2
- C) 3
- D) 2

56. Sea f una función definida en los reales mediante $f\left(\frac{x-1}{2}\right) = x + 2$, entonces ¿cuál es la preimagen del 3?

- A) -2
- B) 1
- C) 0
- D) $-\frac{1}{2}$

9

57. Sea f una función definida en los reales, mediante $f(x + 2) = 2f(x) + 3$, Si $f(8) = 61$, entonces $f(4) =$

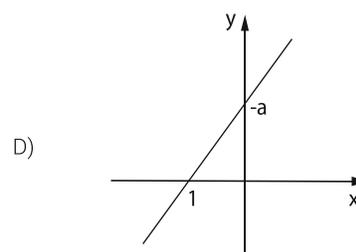
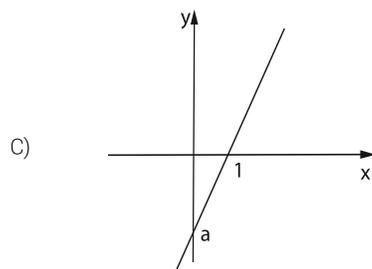
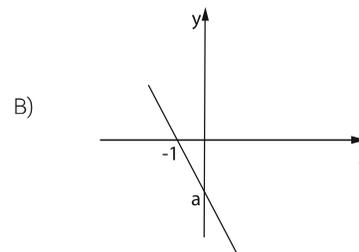
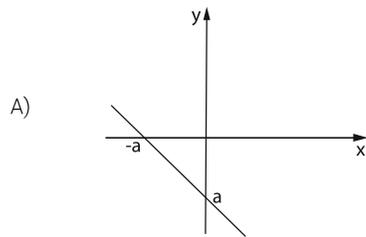
- A) 3
- B) 5
- C) 6,5
- D) 13

58. Una compañía distribuidora de energía eléctrica cobra a sus clientes un cargo fijo de \$1.000 más \$60 por cada kWh de consumo, pero si en los meses de invierno se supera los 150 kWh de consumo se cobra un adicional de \$40 por cada kWh que supere ese límite.

¿Cuál de las siguientes funciones modela la tarifa a cancelar en invierno por x kWh de consumo, si $x > 150$?

- A) $f(x) = 1.000 + (150 \cdot 60) + 40x$
- B) $g(x) = 1.000 + (150 \cdot 60) + 100x$
- C) $h(x) = 1.000 + 100x$
- D) $m(x) = 1.000 + (150 \cdot 60) + 100(x - 150)$

59. El gráfico de la función f , definida en los reales, mediante $f(x) = -ax + a$, con $a < 0$, es



60. Sean las funciones f y g definidas en los reales mediante $f(x) = kx$, $g(x) = (k - 1)x + k$ con k una constante distinta de cero. ¿En qué punto se intersectan las gráficas de ambas funciones?

- A) $(0, 0)$
- B) (k, k^2)
- C) (k^2, k)
- D) $(1, k)$