

## Capítulo 8

# PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA

Como veremos en el presente capítulo, la regla de tres es de suma importancia para resolver problemas relacionados con proporcionalidad directa, inversa y porcentajes.

Esta regla se conoció en Occidente a través de los árabes, entre ellos los autores al-Jwarizmi en su Álgebra (ver referencia del cap. 4) y en Al-Biruni el que le dedicó una obra completa a este tema.

Se sabe que en la India utilizaron la regla de tres, pero según algunos autores, probablemente fue en China el primer lugar donde se resolvió problemas utilizando la proporcionalidad.

Por otro lado, la regla de tres fue dada a conocer por los árabes en la edad media y en Occidente fue difundida en el siglo XII por Leonardo de Pisa o también llamado Fibonacci, descubridor de la famosa sucesión que lleva su nombre: 1,1,2,3,5,8,..., la regla de tres era llamada la Regla de los Mercaderes conocida así por su importancia en la resolución de problemas comerciales.



Leonardo de Pisa (1170-1250)

### CONCEPTOS CLAVES

- Proporcionalidad directa
- Proporcionalidad inversa
- Constante de proporcionalidad
- Gráficos de Proporcionalidad Directa e Inversa

### ✓ CONCEPTO DE RAZÓN

Una razón es una comparación por cociente, una razón es de la forma:  $\frac{a}{b}$

Por ejemplo utilizamos el concepto de razón en una receta de cocina: "mezclar tres tazas de harina por una de agua".

### ✓ CONCEPTO DE PROPORCIÓN. REGLA DE TRES SIMPLE.

Una proporción es igualdad entre dos razones:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

En una proporción se cumple que los productos cruzados son iguales:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow ad = bc$ , esta propiedad se denomina Teorema fundamental de las Proporciones.

Una proporción, es por ejemplo la siguiente igualdad:  $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$ , si multiplicamos cruzado, obtenemos la igualdad:  $4 \cdot 15 = 12 \cdot 5$ .

La proporción:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ , donde a, b y c son conocidos y "x" es la incógnita se conoce como regla de tres simple.

Aplicando el Teorema Fundamental de las Proporciones obtenemos  $ax = bc$ , por lo tanto  $x = \frac{bc}{a}$ .

### ✓ PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Existen situaciones en la vida diaria, donde al aumentar (o disminuir) una variable, la otra aumenta (o disminuye) proporcionalmente, en este caso se dice que las variables están en proporcionalidad directa.

Por ejemplo, si al cargar un estanque de bencina en un servicentro, el litro vale \$1.050, los dos litros valdrían \$2.100, tres litros valdrían \$3.150, etc, si ordenamos los datos anteriores en una tabla, obtenemos:

x (litros de bencina)	1	2	3	4
y (costo)	1.050	2.100	3.150	4.200

Si dividimos "y" con "x" nos da siempre 1050 que es la constante de proporcionalidad y que en este caso corresponde al valor de un litro de bencina.

Tenemos entonces que si se tienen dos variables x e y están relacionadas según una proporcionalidad directa, la división entre ellas es una constante, es decir  $\frac{y}{x} = k$ , donde k es la constante de proporcionalidad.

Si graficamos estas variables, obtendremos lo siguiente:



Tenemos entonces que las variables: número de litros de bencina (x) y su costo están en proporcionalidad directa (y), observa que si dividimos "y" con "x" obtenemos el valor del litro de bencina:

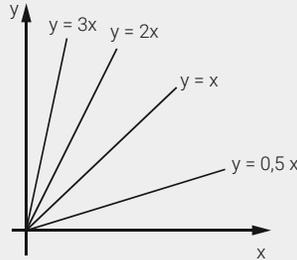
$$\frac{y}{x} = \frac{1050}{1} = \frac{2100}{2} = \frac{3150}{3} \dots = 1050$$

Entonces deducimos que:  $\frac{y}{x} = 1050 \leftrightarrow y = 1050x$

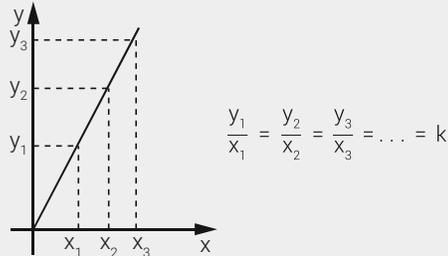
esto corresponde a una función lineal que relaciona las variables  $x$  e  $y$  como veremos en el capítulo 9 y siempre el gráfico de una función lineal es una recta que pasa por el origen (o un conjunto de puntos que está sobre esta recta).

La variable  $x$  se denomina variable independiente e  $y$  la variable dependiente, debido a que como en este caso el precio (variable dependiente) dependerá de los litros de bencina que compremos (variable independiente).

Observa que a medida que aumenta la constante de proporcionalidad, la semirecta tiene una mayor inclinación:



Resumiendo, tenemos que si dos variables  $x$  e  $y$  están relacionadas mediante un proporcionalidad directa, entonces se cumple que  $\frac{y}{x} = k$ , donde  $k$  es la constante de proporcionalidad, además la relación entre ellas:  $y = kx$  corresponde a una función lineal, cuyo gráfico es una semirecta que pasa por el origen:



**✓ PROPORCIONALIDAD INVERSA**

Dos variables están en proporcionalidad inversa cuando una de ellas aumenta la otra disminuye proporcionalmente. Si tenemos que 4 llaves demoran 8 horas en llenar un estanque (teniendo ellas igual rendimiento), entonces el doble de llaves, es decir 8, demorarán la mitad del tiempo: 4 horas, etc.

Tendríamos entonces la siguiente situación:

x (n° de llaves)	4	8	2	1
y (horas)	8	4	16	32

Si multiplicamos "x" con "y" vemos que este producto permanece constante:

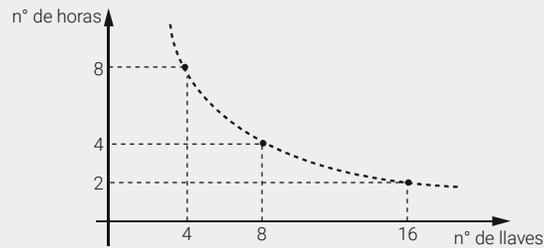
$$4 \cdot 8 = 8 \cdot 4 = 2 \cdot 16 = 1 \cdot 32 = 32$$

Este valor se denomina constante de proporcionalidad.

Tenemos entonces que si dos variables están en proporcionalidad inversa su producto permanece constante:

$$x \cdot y = k, \text{ donde } k \text{ es la constante de proporcionalidad.}$$

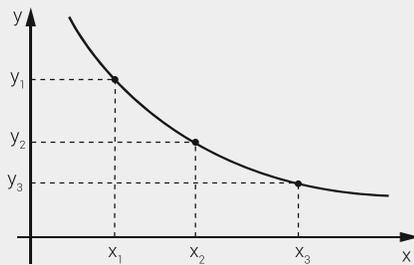
Si graficamos las variables del ejemplo, obtenemos:



Esta curva se conoce como hipérbola, y en este ejemplo se trata de una curva discontinua, ya que las variables solo toman valores discretos, es decir no toman todos los valores reales, debido a que el número de llaves solo toman números naturales.

Resumiendo, tenemos que si dos variables  $x$  e  $y$  están relacionadas mediante un proporcionalidad inversa, entonces se cumple que  $xy = k$ , donde  $k$  es la constante de proporcionalidad, además la gráfica corresponde a una curva que se denomina hipérbola, esta curva se acerca a los ejes coordenados, pero no los toca, lo cual se dice que los ejes son asíntotas de la curva.

Gráficamente:



$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = x_3 \cdot y_3 = \dots = k$$



#### ATENCIÓN

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podrás encontrar material como:

- Clases con contenidos
- Videos con resolución de ejercicios
- Mini Ensayos - Ensayos y ..... ¡mucho más!



## EJERCICIOS RESUELTOS

1. En una panadería, con 80 kilos de harina obtienen 120 kilos de pan corriente.  
¿cuántos kilos de harina necesitarán para hacer 150 kilos de pan corriente?

- A)  $53,\bar{3}$
- B) 100
- C) 150
- D) 225

**Solución:**

Acá las variables kilos de harina y kilos de pan están en proporcionalidad directa, ya que si se aumenta (o disminuye) una variable la otra aumenta (o disminuye) proporcionalmente.

Como el cociente entre las variables permanece constante, tenemos la proporción:

$\frac{80}{120} = \frac{x}{150}$ , ocupando el Teorema Fundamental de las Proporciones, tenemos que:

$$80 \cdot 150 = 120 \cdot x \rightarrow x = \frac{80 \cdot 150}{120} = 100$$

Por lo tanto se necesitan 100 kilos de harina, para fabricar 150 kilos de pan, luego la alternativa B es la correcta.

2. Un vehículo recorre un trayecto entre dos ciudades a una rapidez constante de 80 km/h demorando 30 minutos, ¿cuántos minutos menos habría demorado si el trayecto lo hubiese hecho a 100 km/h?

- A) 6
- B) 12
- C) 18
- D) 24

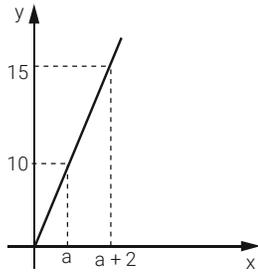
**Solución:**

Las variables rapidez y tiempo que demora en el trayecto están en proporcionalidad inversa, ya que si por ejemplo aumentamos la rapidez el tiempo que demoraría sería proporcionalmente menos.

Como las variables están en proporcionalidad inversa, tenemos que el producto de ellas permanece constante:

$$80 \cdot 30 = 100 \cdot x \rightarrow x = 24', \text{ por lo tanto demoraría } 6' \text{ menos, respuesta A).}$$

3. En el siguiente gráfico se ilustra la relación entre las variables  $x$  e  $y$ , donde  $k$  es la constante de proporcionalidad:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A)  $a = 4$
- B)  $k = 2,5$
- C) Si  $x = 6$ , entonces  $y = 15$ .
- D) Si  $y = 7,5$ , entonces  $x + y = 9,5$

**Solución:**

Debido a que la gráfica es una semirecta que pasa por el origen, las variables se relacionan mediante una proporcionalidad directa, entonces se cumple la proporción:

$\frac{15}{a+2} = \frac{10}{a}$ , multiplicando cruzado, obtenemos:  $15a = 10(a+2)$ , de esta ecuación se deduce que  $a = 4$ , luego A) es verdadera.

La constante de proporcionalidad la podemos obtener dividiendo un valor de "y" con su correspondiente valor

de "x":  $k = \frac{10}{a} = \frac{10}{4} = 2,5$ , luego B) también es verdadera.

Para la alternativa C) planteamos la proporción:  $\frac{10}{a} = \frac{y}{6}$ , reemplazando "a" por 4 y despejando "y" tenemos:

$\frac{10}{4} = \frac{y}{6} \rightarrow y = \frac{6 \cdot 10}{4} = 15$ , luego C) es verdadera.

Para la alternativa D) planteamos nuevamente una proporción:  $\frac{10}{a} = \frac{7,5}{x}$ , reemplazamos "a" por 4 y despejamos

"x":  $\frac{10}{4} = \frac{7,5}{x} \rightarrow x = \frac{7,5 \cdot 4}{10} = 3$ , luego  $x + y = 3 + 7,5 = 10,5$ , luego D) es falsa.

4. ¿En cuál de las siguientes situaciones, las variables  $x$  e  $y$  están en proporcionalidad inversa?

A) 

$x$	$y$
20	4
10	8
8	12

B) 

$x$	$y$
10	50
20	40
30	30

C) 

$x$	$y$
25	5
40	8
10	2

D) 

$x$	$y$
12	6
24	3
4	18

**Solución:**

Como las variables están en proporcionalidad inversa, habría que ubicar la tabla en la cual el producto de las variables permanece constante:

A) 

$x$	$y$	$xy$
20	4	80
10	8	80
8	12	96

El producto no es constante, luego no hay proporcionalidad inversa.

B) 

$x$	$y$	$xy$
10	50	500
20	40	800
30	30	900

A pesar de que ha medida que aumenta " $x$ ", " $y$ " disminuye, el producto no es constante, por lo tanto no están en proporcionalidad inversa.

C) 

$x$	$y$	$xy$
25	5	125
40	8	320
10	2	20

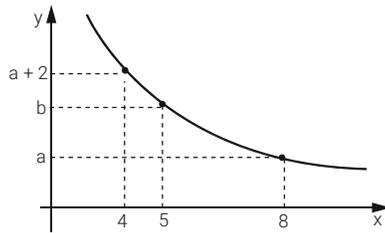
El producto no permanece constante, luego no están en proporcionalidad directa. Observa que están en proporcionalidad directa debido a que el cociente permanece constante.

D) 

$x$	$y$	$xy$
12	6	72
24	3	72
4	18	72

En este caso, si están en proporcionalidad inversa, ya que el producto entre las variables permanece constante, luego la alternativa es D).

5. En el gráfico de la figura se ilustra la relación entre dos variables  $x$  e  $y$  que están en proporcionalidad inversa:



Según los datos dados, el valor de  $b$  es

- A) 2,8  
B) 3,0  
C) 3,2  
D) 3,5

**Solución:**

Como las variables son inversamente proporcionales, el producto entre ellas permanece constante, entonces:

$$4(a+2) = 8a \rightarrow 4a + 8 = 8a \rightarrow a = 2, \text{ entonces tendríamos:}$$

<b>x</b>	4	5	8
<b>y</b>	4	b	2

Como el producto permanece constante, tenemos que  $4 \cdot 4 = 5 \cdot b \rightarrow b = 3,2$ , luego la alternativa correcta es C).

6. A llaves pueden llenar una piscina llenan un estanque en B horas, ¿cuántos minutos menos demorarán (A+4) llaves?

- A)  $\frac{B}{A+B}$   
B)  $\frac{AB}{A+4}$   
C)  $\frac{240B}{(A+4)}$   
D)  $\frac{B}{15(A+4)}$

**Solución:**

Las variables número de llaves y tiempo que demoran en llenar el estanque son inversamente proporcionales,

luego se debe cumplir que:  $AB = (A+4)x$ , donde  $x$  es el tiempo en horas que demoran en llenar el estanque las

(A+4) llaves, despejando, obtenemos:  $\frac{AB}{A+4}$

Entonces la cantidad de horas menos que se estarían demorando las (A+4) llaves sería:

$B - \frac{AB}{A+4}$ , lo cual nos da  $\frac{4B}{A+4}$ , pero este tiempo está en horas y nos preguntan esta cantidad en minutos, luego

multiplicamos esta expresión por 60, lo que nos da:  $\frac{240B}{A+4}$ , luego la alternativa correcta es C).



## EJERCICIOS DE PRÁCTICA

1. A un paciente hospitalizado, hay que aplicarle 15 mg de un medicamento cada 2 días, entonces en un mes de 30 días, ¿cuántos mg de medicamento habría que aplicarle?

- A) 22,5 mg
- B) 125 mg
- C) 225 mg
- D) 250 mg

2. Una máquina industrial consume 1,2 Kwh cada 40 minutos. Si esta máquina debe estar encendida 8 horas diarias, el consumo diario medido en Kwh es

- A) 7,2
- B) 14,4
- C) 21,6
- D) 28,8

3. Tres llaves con igual flujo, trabajando juntas demoran dos horas en llenar un estanque, entonces ¿cuántas horas demorarán en llenar este estanque dos de estas llaves?

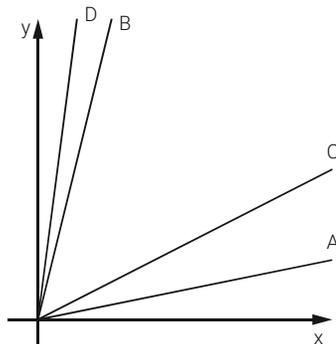
- A)  $1 \frac{1}{3}$
- B)  $2 \frac{1}{3}$
- C)  $2 \frac{2}{3}$
- D) 3

4. La cantidad de cloro recomendada para una piscina es una pastilla de 200 g por cada 25.000 litros de agua. Si una piscina tiene 62.500 litros, entonces la cantidad de gramos de cloro que se debe utilizar es

- A) 50
- B) 250
- C) 500
- D) 600

5. En un supermercado, 1,5 kilos de filete cuestan \$48.000. Juan quiere hacer un asado con esta carne para 8 personas y cada uno consume 300 gramos, ¿cuánto deberá gastar solo en carne?
- A) \$67.200  
B) \$76.800  
C) \$80.000  
D) \$82.000
6. Un automóvil es llenado en el servicentro con \$5.250 de bencina, con ella le alcanzará para recorrer 60 km. Si el litro de bencina cuesta \$1.050, ¿cuál es el rendimiento de este vehículo en km/L?
- A) 5  
B) 10  
C) 12  
D) 16
7. Dos máquinas retroexcavadoras pueden mover  $160 \text{ m}^3$  por hora, ¿cuántas retroexcavadoras adicionales se requerirán si se quiere mover  $500 \text{ m}^3$  en una hora?
- A) 4  
B) 5  
C) 6  
D) 7
8. Un obrero está cavando una fosa y se da cuenta que ha ocupado  $2\frac{1}{4}$  horas en cavar los  $\frac{3}{4}$  partes de ella, de seguir con este rendimiento, ¿cuántos minutos le faltan para terminarla?
- A)  $\frac{3}{4}$   
B) 15  
C) 45  
D) 180
9. En un mes (de 30 días) he gastado \$  $(a+1500)$  en comida. Si todos los días gasté lo mismo, entonces ¿cuánto llevaré gastado en comida al cabo de los seis primeros días?
- A) \$  $(0,02a + 300)$   
B) \$  $(0,2a + 300)$   
C) \$  $(0,2a + 1500)$   
D) \$  $\left(\frac{a}{6} + 250\right)$

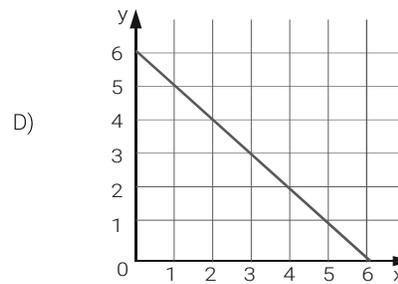
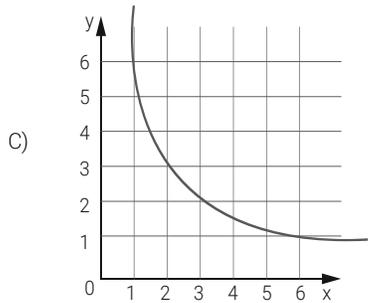
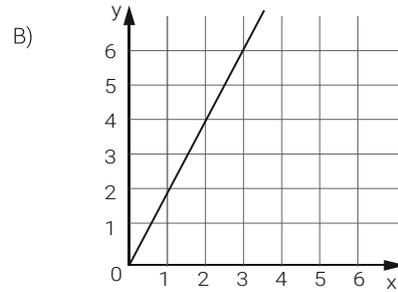
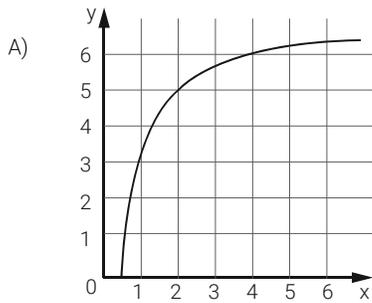
- 10.** Si el consumo de aire de una persona es aproximadamente 5 litros por minuto, entonces ¿cuántos litros de aire consumirán 5 personas en 30 minutos?
- A) 25  
 B) 30  
 C) 250  
 D) 750
- 11.** La pulgada es una medida de longitud ocupada en los países anglosajones. Si 5 pulgadas equivalen a 12,7 cm, entonces un clavo de  $\frac{1}{2}$  de pulgada medirá aproximadamente
- A) 25,4 mm  
 B) 12,7 mm  
 C) 2,4 mm  
 D) 1,27 mm
- 12.** Un reloj se atrasa 2 minutos cada tres horas. Si un día se pone a la hora a las 12 de la noche, ¿qué hora marcará a las 21 horas del día siguiente?
- A) 20 : 14  
 B) 20 : 18  
 C) 20 : 42  
 D) 20 : 46
- 13.** En el siguiente gráfico se han representado cuatro parejas de variables que están en proporcionalidad directa:



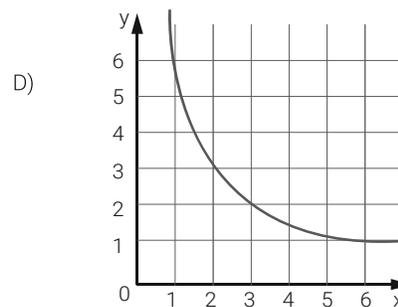
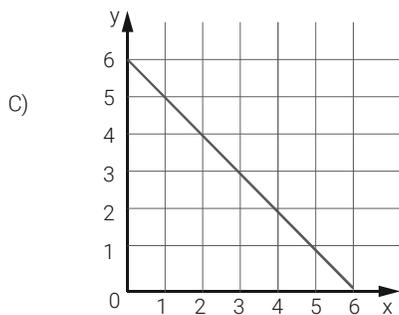
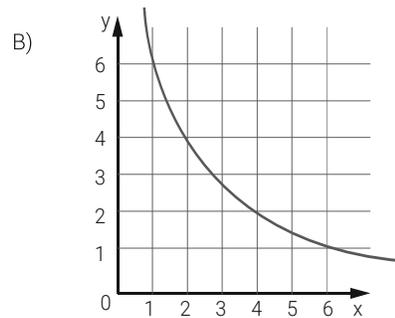
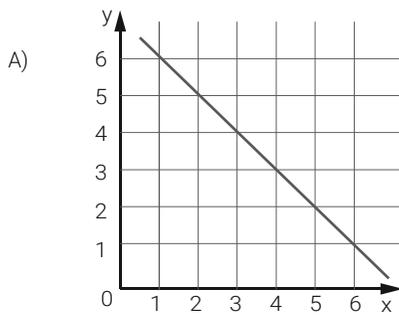
¿En cuál de las situaciones se presenta la mayor constante de proporcionalidad?

- A) En A.  
 B) En B.  
 C) En C.  
 D) En D.

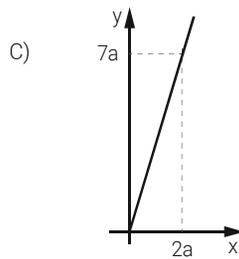
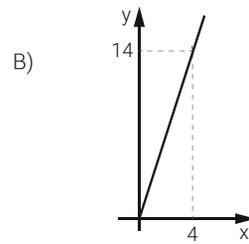
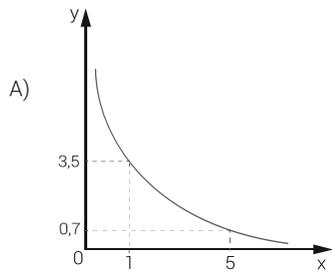
14. ¿En cuál de los siguientes gráficos, las variables son inversamente proporcionales?



15. ¿En cuál de los siguientes gráficos, las variables se relacionan mediante una proporcionalidad inversa, con constante de proporcionalidad igual a 6?



16. ¿En cuál de los siguientes gráficos la constante de proporcionalidad es 3,5?



D) En todos los anteriores.

8

17. Tres obreros demoran 8 horas en pintar las paredes exteriores de una casa, ¿cuántas horas menos se hubiesen demorado 4 obreros suponiendo que tienen igual rendimiento que los anteriores?

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 6

18. En una ferretería  $b$  kilogramos de clavos valen  $\$a$ , entonces  $\frac{1}{2}$  kilo valdrá:

- A)  $\$ \frac{a}{2b}$
- B)  $\$ \frac{ab}{2}$
- C)  $\$ \frac{2a}{b}$
- D)  $\$ \frac{2b}{a}$

19. Una llave entrega  $B$  litros de agua por cada hora, ¿cuántas horas demorará en llenar una tina de  $A$  litros de capacidad?

- A)  $\frac{B}{A}$
- B)  $\frac{A}{B}$
- C)  $\frac{60A}{B}$
- D)  $\frac{A}{60B}$

20. ¿En cuál de las siguientes situaciones, las variables  $x$  e  $y$  están en proporcionalidad inversa?

A)

$x$	$y$
20	3
15	4
10	5

B)

$x$	$y$
10	5
20	2,5
8	6

C)

$x$	$y$
20	10
40	20
10	5

D)

$x$	$y$
20	6
15	8
10	12

21. Las variables  $x$  e  $y$  están en proporcionalidad directa, según los datos que se presentan en la siguiente tabla,  $\frac{b}{a}$  es

- A) 2  
B) 200  
C) 400  
D) 800

$x$	$y$
3	1200
$a$	800
4	$b$

22. Las variables  $x$  e  $y$  están en proporcionalidad inversa, según los datos que se presentan en la siguiente tabla, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

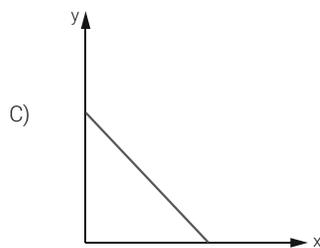
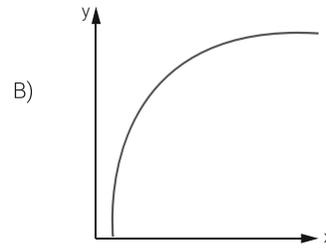
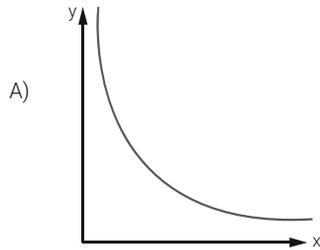
- A)  $b = 300$   
B)  $a < b$   
C)  $a = 750b$   
D)  $a < 1$

$x$	$y$
2	$b$
1500	$a$
30	20

23. ¿En cuál de las siguientes situaciones, las variables son directamente proporcionales?

- A) El radio de un círculo y su área.  
B) La longitud del lado de un cuadrado y la longitud de su diagonal.  
C) La longitud de la arista de un cubo y su volumen.  
D) El perímetro de un triángulo equilátero y su área.

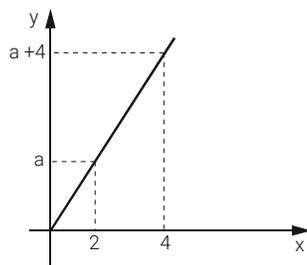
24. ¿Cuál de los siguientes gráficos podría corresponder al que representa las variables  $x$  el número de trabajadores e  $y$  el número de horas que se demoran en hacer un trabajo, suponiendo que los trabajadores tienen el mismo rendimiento?



D) Ninguno de los anteriores.

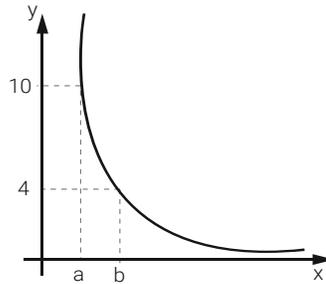
8

25. Según los datos dados en el siguiente gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) Si  $x = 3,8$ , entonces  $y = 7,6$   
 B) Si  $y = 10$ , entonces  $x + y = 15$   
 C) Si  $x + y = 21$ , entonces  $x = 14$   
 D) La constante de proporcionalidad es 2.

26. En el siguiente gráfico, se representan las variables  $x$  e  $y$  que se relacionan mediante una proporcionalidad inversa con constante de proporcionalidad 6, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

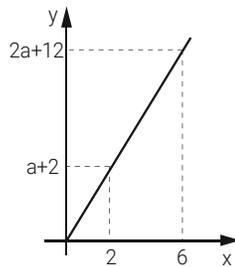


- A)  $5a = 2b$
- B)  $a + b = 2,1$
- C)  $\frac{a+b}{b} = \frac{7}{5}$
- D)  $\frac{10}{a} = \frac{4}{b}$
27. Una longitud de 1,5 metros se ha representado en un plano por una distancia de 3 cm, entonces 0,02 km en la realidad, en el plano se representa por una longitud de
- A) 0,004 m
- B) 0,04 m
- C) 0,4 m
- D) 40 m
28. En una vidriería, el valor del  $m^2$  de vidrio de 4 mm cuesta \$48.000, ¿cuánto costará en esta vidriería un vidrio de 30 por 40 cm de ese espesor?
- A) \$250
- B) \$576
- C) \$2.500
- D) \$5.760
29. Una edición de este libro se embala en 30 cajas de 32 libros cada una, si las cajas hubiesen contenido 24 libros, entonces la cantidad de cajas hubiesen
- A) aumentado en 8.
- B) aumentado en 10.
- C) aumentado en 40.
- D) sido las mismas.

- 30.** Yendo un vehículo a una rapidez de 80 km/h demoraría 6 horas en recorrer la distancia entre dos ciudades. Si hubiese ido a 100 km/h, ¿cuánto tiempo menos habría demorado?
- A) 4 horas y 8 minutos  
 B) 4 horas y 48 minutos  
 C) 1 hora y 2 minutos  
 D) 1 hora y 12 minutos
- 31.** Una persona da un promedio de  $b$  pasos por minuto. Si cada paso es de  $p$  cm, entonces en una hora recorrerá:
- A)  $bp$  cm  
 B)  $60bp$  cm  
 C)  $\frac{60}{bp}$  cm  
 D)  $\frac{60p}{b}$  cm
- 32.**  $N$  obreros cavan una zanja de  $B$  m<sup>3</sup> en una hora, ¿cuántas horas demorarán  $(N + 30)$  obreros?
- A)  $\frac{N}{N + 30}$   
 B)  $\frac{N + 30}{N}$   
 C)  $N(N + 30)$   
 D)  $\frac{B(N + 30)}{N}$
- 33.** Si 50 metros equivalen aproximadamente a 55 yardas, entonces la distancia Viña-Santiago (105 km) equivale a
- A) 1.205 yardas  
 B) 5.775 yardas  
 C) 60.500 yardas  
 D) 115.500 yardas

34. El rendimiento de una pintura, según lo que indica el envase, es de  $35 \text{ m}^2$  por galón, considerando que se le aplica una mano de pintura. ¿cuántos galones de esta pintura se deberán comprar para pintar una pared de 14 metros de largo por 7 metros de alto si se aplicarán dos manos de pintura?
- A) 3  
B) 4  
C) 5  
D) 6
35. Para hacer una docena de pan amasado, entre otros ingredientes se necesitan 500 g de harina y 30 g de manteca, ¿cuántos gramos de harina y manteca respectivamente se necesitarán para hacer 30 panes?
- A) 1.250 y 75  
B) 1.500 y 75  
C) 1.250 y 90  
D) 1.500 y 90
36. Felipe acude a una casa de cambio y compra 120 USD en \$102.000 y 50 € en \$47.500, si hubiese comprado 45 USD y 30 € le habría costado
- A) menos de \$50.000.  
B) entre \$50.000 y \$60.000.  
C) entre \$60.000 y \$70.000.  
D) más de \$70.000.

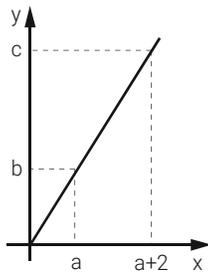
37. Según los datos dados en el siguiente gráfico:



¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad?

- A) 2  
B) 4  
C) 6  
D) 8

38. Según los datos dados en el siguiente gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) La constante de proporcionalidad es  $\frac{c}{a+2}$ .
- B)  $\frac{c}{b} = \frac{a+2}{a}$ .
- C)  $ay = bx$
- D)  $c = b + 2$

8

39. ¿En cuál de las siguientes situaciones, las variables son inversamente proporcionales?

- A) La rapidez de un vehículo y el tiempo en recorrer un trayecto, si la rapidez se mantiene constante en todo el trayecto.
- B) El volumen de un gas y la presión que es sometido, si la temperatura se mantiene constante.
- C) Con una botella de 2 litros de agua, la cantidad de vasos que se pueden servir y la cantidad de cc que se echan en cada vaso, suponiendo que los vasos son servidos con la misma cantidad.
- D) Todas los anteriores.

40. Para hacer un radier se debe hacer una mezcla que contiene una parte de cemento, dos de arena y tres de gravilla. Si se tienen 3 carretillas de arena y se desea ocupar toda esta arena para hacer una mezcla, ¿cuántas carretillas de cemento y gravilla se necesitarán?

- |    | cemento | gravilla |
|----|---------|----------|
| A) | 2       | 4        |
| B) | 1,5     | 4,5      |
| C) | 2       | 6        |
| D) | 3       | 9        |

41. Para hacer un queque para 8 personas se necesita entre otros ingredientes: 4 tazas de harina y 3 huevos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Para hacer un queque para 12 personas se necesitarán 6 tazas de harina.
- B) Si para hacer un queque, se quieren ocupar 4 huevos, entonces se deben ocupar  $5\frac{1}{3}$  tazas de harina.
- C) Con 10 tazas de harina se puede hacer un queque para 20 personas.
- D) Con 6 tazas de harina y 4 huevos se puede hacer un queque para 12 personas.

42. B bombas de igual rendimiento necesitan A horas para vaciar una piscina, si las bombas fueran 3 más del mismo tipo, ¿cuántas horas demorarían todas ellas en vaciar esta piscina?
- A)  $\frac{AB}{3}$
- B)  $\frac{3A}{B}$
- C)  $\frac{AB}{B+3}$
- D)  $\frac{A(B+3)}{B}$
43. Para llevar una cosecha de tomates a una planta de packing se han ocupado B cajas de A kg cada una, si se desea embalar este cargamento en C cajas iguales, ¿cuál es la capacidad de estas cajas?
- A)  $\frac{AC}{B}$  kilos
- B)  $\frac{AB}{C}$  kilos
- C)  $\frac{A}{BC}$  kilos
- D)  $\frac{C}{AB}$  kilos
44. Una empresa de eventos, estima que para un cocktail de 20 personas se consumirán 100 canapés y 8 litros de bebida. Si cada litro de bebida tiene un costo de \$800 y cada canapé de \$200, ¿cuál sería el precio de costo de estos dos productos para un cocktail de 250 personas?
- A) Menos de \$200.000
- B) Entre \$200.00 y \$300.000.
- C) Entre \$300.000 y \$350.000
- D) Más de \$350.000.
45. Tres jardineros cortan el césped de una cancha de fútbol de 90 por 120 metros en 4 horas, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) Si hubiesen sido 2 jardineros, de igual rendimiento que los anteriores, hubiesen demorado dos horas más.
- B) A las 3 horas, los 3 jardineros trabajando a una rapidez constante habrían cortado 8.100 m<sup>2</sup> de césped.
- C) A las dos horas, los jardineros habrían cortado el césped equivalente al de una cancha de fútbol de 45 por 60 metros.
- D) Si hubiesen sido 5 jardineros, cuyo rendimiento es igual al de los anteriores, hubiesen cortado el césped de 18.000 m<sup>2</sup> en el mismo tiempo.

- 46.** En un casino, tres fichas blancas equivalen a 5 rojas, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) 9 blancas y 5 rojas equivalen a 20 rojas.
  - B) 9 rojas y 3 blancas equivalen a 14 rojas.
  - C) 10 rojas y 15 blancas equivalen a 20 blancas.
  - D) 10 blancas y 15 rojas equivalen a 19 blancas.
- 47.** Una tienda ofrece la posibilidad de comprar un celular en la cantidad de cuotas que uno quiera, con un máximo de 12, conservando el precio contado. Entonces el número de cuotas y el monto de ellas son variables que están
- A) en proporcionalidad directa.
  - B) en proporcionalidad inversa.
  - C) ni en proporcionalidad directa ni inversa.
  - D) falta información para determinarlo.
- 48.** Un médico receta a un paciente  $\frac{1}{2}$  comprimido de un fármaco 3 veces al día por 90 días.  
Si la caja de este remedio vale \$8.000 y trae 30 comprimidos, ¿qué costo tendrá este tratamiento?
- A) \$24.000
  - B) \$32.000
  - C) \$40.000
  - D) \$80.000
- 49.** Las plantas del jardín de Claudia están siendo atacadas por un cierto parásito, para solucionar esto, debe aplicar un desinfectante cuyas instrucciones de uso dice que hay que mezclar 15 cc del desinfectante por cada 3 litros de agua. Al verter el desinfectante en un balde se da cuenta que se equivocó en la medición y echó 20 cc, si ella quiere seguir las instrucciones correctamente, la cantidad de litros de agua que debe verter en el balde son
- A) 1
  - B) 1,5
  - C) 2
  - D) 4
- 50.** Un envase de cartón de forma de paralelepípedo recto está lleno de café granulado. Las dimensiones del envase son 10 cm, 18 cm y 6 cm y en las instrucciones dice que con este contenido se pueden servir 150 tazas de café. Si las dimensiones del envase hubiesen sido 8 cm, 15 cm y 12 cm, y este hubiese estado lleno de café, entonces las tazas que se pudiesen servir con este nuevo envase comparado con el primero, son
- A) 20 tazas más.
  - B) 50 tazas más.
  - C) 200 tazas más.
  - D) las mismas.

51. En una librería, un pack de 3 cuadernos universitarios cuesta \$1.800 y si se compra una docena se aplica un descuento de un 5%, ¿cuánto costarán 2 docenas de estos cuadernos?
- A) \$6.840  
B) \$12.960  
C) \$13.680  
D) \$14.040
52. Una llave que gotea provoca un desperdicio de 320 litros a la semana y una persona que se lava los dientes, con el agua corriendo, provoca una pérdida de 30 litros por día. Si en una casa hay seis integrantes que tienen la mala práctica de lavarse los dientes con el agua corriendo y hay una llave que gotea, entonces en una año (52 semanas) el desperdicio de agua medido en litros es de
- A) 1.580  
B) 26.000  
C) 27.560  
D) 82.160
53. Dos maestros de construcción han demorado 3 horas en hacer una zanja de 2 metros de ancho, 4 metros de largo con una profundidad de 1,5 metros, si ellos desean instalar a lo largo de esta zanja una tubería que mide 10 metros de largo, entonces si siguen al mismo ritmo que han trabajado, demorarán
- A) 6 horas  
B) 7,5 horas  
C) 15 horas  
D) 18 horas
54. Dos ruedas están unidas por una correa, la primera tiene un radio de 20 cm y la segunda un radio de 50 cm, si la primera da 80 vueltas, entonces la segunda da
- A) 12,5 vueltas.  
B) 24 vueltas.  
C) 32 vueltas.  
D) 200 vueltas.

55. Para hacer un pozo para extraer agua, una empresa ocupa un taladro que le permite perforar 12 metros en 5 horas. Si el valor hora de la perforación es de \$30.000 y se necesita que se taladren 180 metros, ¿cuál es el valor de esta obra, considerando que no hay interrupciones?
- A) \$1.800.000  
 B) \$2.100.000  
 C) \$2.250.000  
 D) \$2.500.000
56. 1.200 gramos de alimento alcanza para alimentar 5 conejos durante 24 días Si los conejos hubiesen sido 8, ¿para cuántos días **menos** habría alcanzado este alimento, suponiendo que todos comen lo mismo?
- A) 5  
 B) 6  
 C) 9  
 D) 15
57. Si una cantidad de vasos iguales son llenados con jugo hasta los  $\frac{3}{4}$  de su capacidad, se podrían servir 24 vasos, si los vasos se hubiesen llenado hasta los  $\frac{2}{3}$  de su capacidad, se habrían servido
- A) 1,5 vasos más.  
 B) 2 vasos más.  
 C) 3 vasos más.  
 D) 4 vasos más.
58. Sea  $y$  es el volumen (en  $\text{cm}^3$ ) de una pieza de cobre cuya masa es  $x$  gramos. Si la densidad del cobre es  $9 \text{ g/cm}^3$ , ¿cuál es la ecuación que relaciona las variables  $x$  e  $y$ ?
- A)  $y = 9x$   
 B)  $x = 9y$   
 C)  $x + y = 9$   
 D)  $xy = 9$
59.  $x$ ,  $y$  y  $z$  se relacionan mediante la expresión  $P = \frac{xy}{z}$ , donde  $P$  es una constante, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) Si  $z$  es constante entonces  $x$  e  $y$  son inversamente proporcionales.  
 B) Si  $y$  es constante entonces  $x$  y  $z$  son directamente proporcionales.  
 C) Si  $y$  y  $z$  son directamente proporcionales, entonces  $x$  es constante.  
 D)  $x$  y  $z$  son directamente proporcionales, lo mismo que  $y$  con  $z$ .

60.  $a$  y  $b$  son directamente proporcionales, tal que  $a$  es la variable independiente y  $k$  es la constante de proporcionalidad. Si  $a + b = 10$ , entonces  $a =$

- A)  $\frac{10}{k}$   
B)  $\frac{10}{1+k}$   
C)  $\frac{10k}{1+k}$   
D)  $10 - k$