

## Capítulo 7

# ECUACIÓN CUADRÁTICA

**Bhaskara** (1114-1185) también conocido como **Bhaskara II o Bhaskaracharya** (“Bhaskara el maestro”) es quizás el matemático indio más conocido de la antigüedad.

**Bhaskara** representa la cima del desarrollo matemático del siglo XII, alcanza un gran conocimiento en los sistemas de numeración y resolución de ecuaciones entre ellas la famosa resolvente de la ecuación cuadrática  $ax^2+bx+c=0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , tema que veremos en el presente capítulo.



### CONCEPTOS CLAVES

- Ecuación cuadrática
- Resolución mediante factorización y fórmula
- Naturaleza de las soluciones
- Aplicaciones a la resolución de problemas

## ✓ RESOLUCIÓN DE ECUACIÓN CUADRÁTICA

Una ecuación cuadrática es de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y  $a \neq 0$ .

Para resolver una ecuación de este tipo, existen diversos métodos, entre los más importantes, tenemos:

- Factorización
- Completación de cuadrados
- Uso de fórmula general

### Ejemplo 1

Resolver la ecuación  $x^2 - 10x + 24 = 0$

Esta ecuación se puede resolver fácilmente, si factorizamos el trinomio  $x^2 - 10x + 24$ , para ello determinamos dos números que sumen  $-10$  y multipliquen  $24$ , estos son  $-4$  y  $-6$ , luego la factorización del trinomio es  $(x - 4)(x - 6)$ , entonces la ecuación queda  $(x - 4)(x - 6) = 0$ .

Como el producto es cero uno de los factores debe ser cero, por lo tanto  $x - 4 = 0$  o  $x - 6 = 0$ , de donde se concluye que las soluciones son  $4$  o  $6$ .

### Ejemplo 2

Resolver la ecuación  $x^2 - 8x - 20 = 0$

Esta ecuación la resolveremos mediante una completación de cuadrados.

Esta técnica consiste en formar un cuadrado de binomio, para ello procederemos de la siguiente forma:

$$x^2 - 8x - 20 = 0$$

Tomamos la mitad del coef. de  $x$ , y lo elevamos al cuadrado, en este caso  $-8 : 2 = -4$ ,  $(-4)^2 = 16$  por lo tanto formamos un  $16$  al lado izquierdo, para ello debemos sumar  $36$  a ambos lados de la ecuación:

$$x^2 - 8x - 20 = 0 \quad /+36$$

$$x^2 - 8x + 16 = 36$$

El lado izquierdo corresponde al desarrollo del cuadrado de binomio  $(x - 4)^2$ , por lo que la ecuación queda:

$$(x - 4)^2 = 36$$

Extrayendo raíz cuadrada a ambos lados:

$$x - 4 = \pm\sqrt{36}$$

Por lo tanto,  $x - 4 = 6$  o  $x - 4 = -6$ , luego las soluciones son  $x = 10$  o  $x = -2$ .

(\*) La formación del cuadrado de binomio explicado de esta forma resulta cuando el coeficiente de  $x^2$  es uno, de no ser así debes dividir previamente la ecuación por este coeficiente.

**Ejemplo 3**

Resolver la ecuación  $2x^2 + 5x - 12 = 0$

Esta ecuación la resolveremos utilizando la fórmula general.

Dada la ecuación de segundo grado:  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y  $a \neq 0$ , podemos hallar sus soluciones, utilizando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

En este ejemplo,  $a = 2$ ,  $b = 5$  y  $c = -12$ , entonces las soluciones son:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12)}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{-5 \pm 11}{4}, \text{ es decir } x_1 = \frac{-5 + 11}{4} = \frac{3}{2} \text{ y } x_2 = \frac{-5 - 11}{4} = -4$$

### ✓ DETERMINACIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA DADAS SUS SOLUCIONES

Supongamos que las soluciones de una ecuación cuadrática son  $x_1$  y  $x_2$ , por lo visto en la técnica de factorización, la ecuación debe ser de la forma  $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ , desarrollando, obtenemos la ecuación:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

Esta corresponde entonces a la ecuación cuadrática cuyas soluciones son  $x_1$  y  $x_2$ .

### ✓ NATURALEZA DE LAS SOLUCIONES

Sabemos que las soluciones de la ecuación cuadrática de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , con  $a \neq 0$ ,

las podemos hallar con la fórmula  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , la cantidad subradical se denomina **discriminante** y se designa con la letra  $\Delta$ .

Dependiendo del signo del discriminante, tenemos los siguientes casos:

Signo de $\Delta$	Tipo de soluciones
Positivo	Reales y distintas
Cero	Reales e iguales
Negativo	No reales

(\*) En el caso en que las soluciones no son reales, estas serán de la forma  $p + qi$  y  $p - qi$  con  $p$  y  $q$  números reales y  $q \neq 0$ , es decir serán complejas conjugadas.

## EJERCICIOS RESUELTOS

1. ¿Cuál es la ecuación de segundo grado, cuyas soluciones son los números reales  $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  y  $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ ?

**Solución:**

Habíamos visto que si  $x_1$  y  $x_2$  son las soluciones de una ecuación de segundo grado, la ecuación es:  $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ , o bien  $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$ .

$$\text{En este caso, } x_1 + x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} + \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{-2}{2} = -1,$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \cdot \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{(-1)^2 - (\sqrt{5})^2}{4} = -1, \text{ luego la ecuación es}$$

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

## 7

2. Se sabe que una de las soluciones de la ecuación  $6x^2 + kx - (k - 4) = 0$  es  $x = \frac{1}{3}$ , ¿cuál es la otra solución?

- A)  $-\frac{1}{2}$
- B)  $-\frac{3}{2}$
- C) 7
- D) -7

**Solución:**

Como  $x = \frac{1}{3}$ , reemplazamos este valor en la ecuación:  $6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + k \cdot \frac{1}{3} - (k - 4) = 0 \Leftrightarrow \frac{6}{9} + \frac{k}{3} - (k - 4) = 0 \Leftrightarrow k = 7$ ,

reemplazando en la ecuación dada se obtiene:  $6x^2 + 7x - 3 = 0$ , resolviendo esta ecuación con la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ se obtiene } x = \frac{-7 \pm 11}{12}, \text{ es decir } x = \frac{1}{3} \text{ o } x = -\frac{3}{2}, \text{ luego la otra solución es } x = -\frac{3}{2},$$

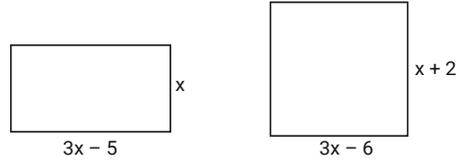
alternativa B).

3. En un rectángulo el largo mide 5 cm menos que el triple del ancho. Si el ancho aumenta en 2 cm y el largo disminuye en 1 cm, la suma de las áreas de ambas figuras es  $27 \text{ cm}^2$ , ¿cuánto mide el ancho del primer rectángulo?

- A) 3 cm
- B) 4 cm
- C) 5 cm
- D) 12 cm

**Solución:**

Tenemos la siguiente situación:



Como la suma de las áreas es  $27 \text{ cm}^2$ , planteamos la ecuación:

$$x(3x - 5) + (3x - 6)(x + 2) = 27$$

$$3x^2 - 5x + 3x^2 + 6x - 6x - 12 = 27$$

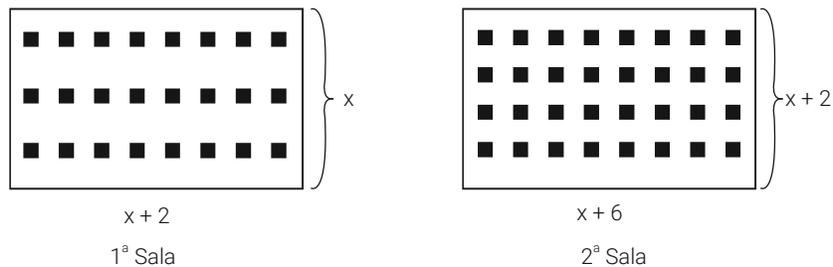
$6x^2 - 5x - 39 = 0$ , resolviendo esta ecuación obtenemos  $x = -\frac{13}{6}$  o  $x = 3$ , descartando el valor de  $x$  negativo, ya que es una distancia, obtenemos que el ancho del rectángulo original mide 3 cm, respuesta A).

4. En una sala de conferencias de una universidad, las butacas están ordenadas en filas, teniendo todas las filas igual cantidad de butacas, de modo que la cantidad de butacas por fila excede en 2 a la cantidad de filas. Debido a lo estrecho del recinto se construirá otra sala de conferencias la que tendrá 2 filas más y la cantidad de butacas por fila aumentarán en 4. Si la suma de las capacidades de ambas salas será de 312 personas, ¿cuántas butacas tenía por fila la primera sala de conferencias?

**Solución:**

Supongamos que en la primera sala de conferencias hay  $x$  filas, por lo que habrá  $(x + 2)$  butacas por fila, luego su capacidad es  $x(x + 2)$ .

En la segunda sala, habrá  $(x + 2)$  filas y  $(x + 6)$  butacas por fila, luego su capacidad es  $(x + 2)(x + 6)$ :



Por el enunciado, la suma de las capacidades de ambas salas es 312, luego  $x(x + 2) + (x + 2)(x + 6) = 312$   
 $x^2 + 5x - 150 = 0$ , las soluciones de esta ecuación son -15 y 10, descartamos la solución negativa, luego  $x = 10$ .  
 Entonces el número de butacas por fila en la primera sala es 12.

**ATENCIÓN**

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podrás encontrar material como:

- Clases con contenidos
- Videos con resolución de ejercicios
- Mini Ensayos - Ensayos y ..... ¡mucho más!





Visita nuestro portal educativo

## EJERCICIOS DE PRÁCTICA

1. Las soluciones de la ecuación  $2(x - 1)^2 = 5$  están representadas en

A)  $1 \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

B)  $1 \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$

C)  $-1 \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$

D)  $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

2. ¿En cuál de las siguientes ecuaciones cuadráticas, las soluciones son reales e iguales?

A)  $x^2 - 4x = -1$

B)  $2x^2 - 9 = 0$

C)  $2x^2 + x = 1$

D)  $4x^2 + 4x = -1$

3. ¿En cuál de las siguientes ecuaciones cuadráticas las soluciones son números racionales mayores que 1?

A)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

B)  $x^2 - 2x - 8 = 0$

C)  $x^2 - 7x + 10 = 0$

D)  $6x^2 - 5x + 1 = 0$

4. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones cuadráticas **NO** tiene como solución a  $x = \frac{1}{2}$ ?

A)  $4x^2 - 1 = 0$

B)  $(2x - 1)^2 = 0$

C)  $4x^2 + 4x - 3 = 0$

D)  $6x^2 + x - 1 = 0$

5. Con respecto a las soluciones de la ecuación  $x^2 + 4x - 32 = 0$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) Son racionales.

B) Una de ellas es positiva.

C) La suma es positiva.

D) Las dos son números enteros.

6. Si una de las soluciones de la ecuación en  $x$ ,  $3x^2 + 5kx + 2 = 0$  es  $-2$ , entonces  $k =$

- A)  $-1$
- B)  $1$
- C)  $\frac{7}{5}$
- D)  $-\frac{7}{5}$

7. Sea la ecuación cuadrática  $3x^2 + kx - 5 = 0$ , si una de las soluciones es  $-5$ , ¿cuál es la otra solución?

- A)  $14$
- B)  $5$
- C)  $-\frac{1}{3}$
- D)  $\frac{1}{3}$

8. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones cuadráticas tiene como soluciones números irracionales?

- A)  $3(2x - 1)^2 - 12 = 0$
- B)  $25(2x - 1)^2 - 9 = 0$
- C)  $-(2x + 3)^2 - 4 = 0$
- D)  $2(2x + 3)^2 - 4 = 0$

9. Arturo debe resolver la ecuación cuadrática,  $4x^2 + 4x = 35$ , para ello realiza las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{l}
 4x^2 + 4x = 35 \\
 4x^2 + 4x + 1 = 36 \\
 (2x + 1)^2 = 36 \\
 2x + 1 = 6 \text{ o } 2x + 1 = -6 \\
 x = \frac{5}{2} \text{ o } x = -\frac{7}{2}
 \end{array}$$

**Paso 1**  
**Paso 2**  
**Paso 3**  
**Paso 4**

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Cometió un error en el paso 1.
- B) Cometió un error en el paso 2.
- C) Cometió un error en el paso 3.
- D) No cometió error.

10. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones **NO** tiene raíces reales?

- A)  $(x - 2)^2 + 4 = 0$
- B)  $(x + 3)^2 = 16$
- C)  $5(2x - 12)^2 = 0$
- D)  $2(5x - 4)^2 = 10$

11. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones tiene dos soluciones que son reales e iguales?

- A)  $(x - 2)^2 + 4 = 0$
- B)  $(x + 3)^2 = -25$
- C)  $3(2x - 10)^2 = 0$
- D)  $3(5x - 4)^2 = 9$

12. Si  $x$  es la solución de la ecuación  $-x = \frac{3}{x - 4}$ , ¿cuál es el menor valor posible para la expresión:  $\frac{3}{x - 4}$ ?

- A) -4
- B) -3
- C) -1
- D) 1

13. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones tiene como raíces (o soluciones) a  $(2 + \sqrt{5})$  y  $(2 - \sqrt{5})$ ?

- A)  $x^2 - 4x + 9 = 0$
- B)  $x^2 + 4x + 9 = 0$
- C)  $x^2 - 4x + 1 = 0$
- D)  $x^2 - 4x - 1 = 0$

14. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones tiene raíces (o soluciones) a  $(p + q)$  y  $(p - q)$ ?

- A)  $x^2 + px + p^2 - q^2 = 0$
- B)  $x^2 - px + p^2 - q^2 = 0$
- C)  $x^2 + 2px + p^2 - q^2 = 0$
- D)  $x^2 - 2px + p^2 - q^2 = 0$

15. Con respecto a las soluciones de la ecuación  $x + \frac{2}{x - 1} = 4$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Son reales de distinto signo.
- B) Son racionales positivas.
- C) No son reales.
- D) Son racionales negativas.

16. En un rectángulo de área  $32 \text{ cm}^2$ , el ancho mide dos cm menos que el 75% del largo. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones con respecto al rectángulo es **FALSA**?
- A) Su perímetro es 24 cm.  
 B) El largo mide el doble del ancho.  
 C) El largo mide 4 cm más que el ancho.  
 D) La diagonal mide  $\sqrt{68}$  cm.
17. Pablo y Arturo deben resolver la siguiente ecuación cuadrática:  $(x - 3)^2 = 2(x - 3)$ , el desarrollo de cada uno de ellos se muestra a continuación:

**Pablo:**

$$\begin{aligned}(x - 3)^2 &= 2(x - 3) \\ (x - 3)^2 - 2(x - 3) &= 0 \\ (x - 3)((x - 3) - 2) &= 0 \\ (x - 3)(x - 5) &= 0\end{aligned}$$

soluciones:  $x = 3$  y  $x = 5$ **Arturo:**

$$\begin{aligned}(x - 3)^2 &= 2(x - 3) \quad /: (x - 3) \\ x - 3 &= 2\end{aligned}$$

solución:  $x = 5$ 

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Solo la resolución de Pablo está correcta.  
 B) Solo la resolución de Arturo está correcta.  
 C) Ambas están incorrectas.  
 D) Ambas están correctas.
18. Los lados de un cuadrado se disminuyen en 2 cm obteniéndose un segundo cuadrado. Si el doble del área del cuadrado menor se le suma el área del cuadrado mayor se obtienen  $68 \text{ cm}^2$ , entonces ¿cuál es el perímetro del cuadrado menor?
- A) 4 cm  
 B) 6 cm  
 C) 16 cm  
 D) 24 cm
19. Se tienen tres múltiplos de tres consecutivos tales que el producto de los dos mayores es igual al doble del producto de los dos menores, ¿cuál es el menor valor posible para el menor de estos números?
- A) -9  
 B) -6  
 C) -3  
 D) 6

20. Se tienen cuatro pares consecutivos tales que el cuadrado del menor disminuido en el tercero equivale al promedio entre el segundo y el cuarto. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) Uno de ellos podría ser 0.  
 B) El mayor valor posible para uno de los términos es 10.  
 C) Uno de los términos podría ser -2.  
 D) Todos los términos son mayores que 2.
21. En un triángulo la base mide 3 cm más que la altura correspondiente y su área es  $20 \text{ cm}^2$ , ¿cuánto mide su altura?
- A) 3 cm  
 B) 5 cm  
 C) 8 cm  
 D)  $\frac{-3 + \sqrt{89}}{2}$
22. En un trapecio se cumple que uno de los lados paralelos mide 2 cm más que el otro y la altura correspondiente a los lados paralelos mide 2 cm más que el mayor de los lados paralelos. Si el área del trapecio es  $70 \text{ cm}^2$ , ¿cuánto mide el menor de los lados paralelos?
- A) 4 cm  
 B) 5 cm  
 C) 6 cm  
 D) 8 cm
23. Para construir un envase cilíndrico se necesitan  $72\pi \text{ cm}^2$  de aluminio, sin considerar la tapa ni la base. Si la altura mide un cm más que el doble del radio basal, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) El radio basal mide 4 cm.  
 B) La altura mide 9 cm.  
 C) La capacidad del envase es de  $144\pi \text{ cm}^3$ .  
 D) El área de la tapa es  $32\pi \text{ cm}^2$ .



24. Si  $(2^a)^{a+1} = 4^{a+6}$ , entonces ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera con respecto a las posibles soluciones para a?
- A) Son dos números enteros positivos.  
 B) Son dos números enteros negativos.  
 C) Son dos números enteros de distinto signo.  
 D) No tiene soluciones reales.

25. A una circunferencia se aumenta su radio en 2 cm, si el doble del área del círculo menor sumada con el área del círculo mayor da  $68\pi \text{ cm}^2$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) El radio del círculo menor mide 4 cm.
- B) El área del círculo mayor es  $36\pi \text{ cm}^2$ .
- C) La diferencia entre las áreas es  $4\pi \text{ cm}^2$ .
- D) La longitud de la circunferencia menor es  $8\pi \text{ cm}$ .

26. En un cono de área  $96\pi \text{ cm}^2$ , la generatriz mide 4 cm más que el radio basal, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) El radio basal mide 6 cm.
- B) La generatriz mide 10 cm.
- C) El volumen es  $288\pi \text{ cm}^3$ .
- D) El área lateral es  $60\pi \text{ cm}^2$ .

27. En un cilindro la altura mide 2 cm más que el radio basal. Si el área es  $80\pi \text{ cm}^2$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La altura mide 4 cm.
- B) El área basal mide  $16\pi \text{ cm}^2$ .
- C) El volumen es  $96\pi \text{ cm}^3$ .
- D) El área lateral es  $24\pi \text{ cm}^2$ .

28. ¿Para qué valores de x la expresión  $\frac{x-2}{2x^2+7x-4}$  no está definida?

- A) Solo para  $x = 2$ .
- B) Solo para  $x = -4$ .
- C) Para  $x = -4$  y  $x = 2$ .
- D) Para  $x = -4$  y  $x = \frac{1}{2}$ .

29. a, b y c son números reales positivos, con respecto a las soluciones de la ecuación en x,  $a(x-b)^2 = c$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Una de las soluciones es  $b - \sqrt{\frac{c}{a}}$ .
- B) Su producto es  $\left(b^2 - \frac{c}{a}\right)$ .
- C) Su suma es b.
- D) Su diferencia positiva es  $2 \cdot \sqrt{\frac{c}{a}}$ .

30. Juan desea resolver la ecuación de segundo grado  $4x^2 + 12x = 27$ , para ello sigue los siguientes pasos:

$$\begin{array}{l}
 4x^2 + 12x = 27 \quad /+9 \\
 4x^2 + 12x + 9 = 36 \\
 (2x + 3)^2 = 36 \\
 2x + 3 = 6 \\
 x = \frac{3}{2}
 \end{array}$$

¿En cuál de los pasos anteriores cometió un error?

- A) En el paso 1.
- B) En el paso 2.
- C) En el paso 3.
- D) En el paso 4.

31. Dada la ecuación  $x^2 + 10x - 15 = 0$ , ¿qué número real  $p$  se debe sumar a ambos lados de la ecuación para completar el cuadrado de un binomio en el lado izquierdo de ella y cuáles son las soluciones de esta ecuación?

- A)  $p = 40$  y las soluciones son  $(-5 - \sqrt{115})$  y  $(-5 + \sqrt{115})$ .
- B)  $p = -10$  y las soluciones son  $(10 - \sqrt{5})$  y  $(10 + \sqrt{5})$ .
- C)  $p = 40$  y las soluciones son  $(-5 - \sqrt{40})$  y  $(-5 + \sqrt{40})$ .
- D)  $p = 25$  y las soluciones no son reales.

32.  $p$  y  $q$  son números enteros distintos de cero, con respecto a las soluciones de la ecuación en  $x$ ,  $px^2 - qx = 0$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Una de ellas es cero.
- B) Ambas son racionales.
- C) Ambas son reales y distintas.
- D) Solo una de ellas es positiva.

33.  $p$  y  $q$  son números enteros distintos de cero, con respecto a las soluciones de la ecuación en  $x$ ,  $px^2 + q = 0$ , ¿con cuál de las siguientes condiciones las raíces de esta ecuación **no** son reales?

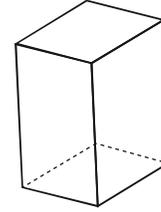
- A)  $pq < 0$
- B)  $pq > 0$
- C)  $p + q > 0$
- D)  $p > q$

34. El área de un rectángulo es  $50 \text{ cm}^2$  y su perímetro es  $30 \text{ cm}$ . ¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar su largo "x"?
- A)  $x^2 - 15x - 50 = 0$   
B)  $x^2 - 15x + 50 = 0$   
C)  $x^2 - 30x + 50 = 0$   
D)  $x^2 + 30x + 50 = 0$
35. Se tienen tres números consecutivos donde el menor es "x". Si el doble del producto de los dos menores tiene 20 unidades más que el cuadrado del mayor, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el menor de los términos?
- A)  $2x(x + 1) + 20 = (x + 2)^2$   
B)  $2x(x + 1) - 20 = (x + 2)^2$   
C)  $2x(x + 1) = (20 + x + 2)^2$   
D)  $2x(x + 1) = 20 - (x + 2)^2$
36. El cuadrado de la edad que tiene actualmente Claudio sumada con el cuadrado de la edad que tendrá en tres años más da 269, ¿qué edad tendrá en 5 años más?
- A) 5 años  
B) 10 años  
C) 15 años  
D) 20 años.
37. La edad de un hermano es el doble de la edad del otro más cuatro años. Si el producto de sus edades es 160, ¿cuál es la edad del mayor?
- A) 8 años  
B) 10 años  
C) 16 años  
D) 20 años
38. Si x es un número real positivo tal que el x% de (x+2) es 3,6, entonces el 20% de x es
- A) 3,6  
B) 4  
C) 18  
D) 20

- 39.** En un rectángulo, el largo mide 2 cm más que el ancho. Si los lados se aumentan en 2 cm, se forma un segundo rectángulo cuya área sumada con la del primero resulta  $288 \text{ cm}^2$ . ¿Cuánto mide el ancho del rectángulo original?
- A) 8 cm  
 B) 10 cm  
 C) 12 cm  
 D) 14 cm
- 40.** En un rectángulo, el lado mayor mide 17 cm más que el otro y un cm menos que la diagonal, ¿cuál es el área de este rectángulo?
- A)  $24 \text{ cm}^2$   
 B)  $31 \text{ cm}^2$   
 C)  $84 \text{ cm}^2$   
 D)  $168 \text{ cm}^2$
- 41.** Para cercar un sitio rectangular por sus cuatro costados, se colocan postes cada un metro, en uno de los costados se pusieron  $p$  postes y en el otro 15 más. Si el área del sitio es  $10.000 \text{ m}^2$ , entonces la ecuación que permite calcular el número  $p$  de postes es
- A)  $p(p + 15) = 10000$   
 B)  $(p + 2)(p + 17) = 10000$   
 C)  $(p + 14)(p - 1) = 10000$   
 D)  $(p + 13)(p - 2) = 10000$
- 42.** La distancia  $d(t)$  que recorre un vehículo yendo a una aceleración constante de  $a \text{ m/s}^2$ , se modela con la expresión  $d(t) = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ , siendo  $v_0$  la rapidez inicial y  $t$  es el tiempo transcurrido en segundos. Si su rapidez inicial es  $5 \text{ m/s}$  y su aceleración es  $10 \text{ m/s}^2$ , ¿a los cuántos segundos llevará recorrido una distancia de  $100 \text{ m}$ ?
- A) 2  
 B) 3  
 C) 4  
 D) 5
- 43.** Pedro, Antonio y Felipe son tres hermanos, tales que Antonio tiene dos años más que Pedro y Felipe tiene cuatro años más que Antonio. Si el producto de las edades de Antonio y Pedro se le suma el producto de las edades de Antonio y Felipe resulta 220, ¿qué edad tiene Antonio?
- A) 6 años  
 B) 8 años  
 C) 10 años  
 D) 14 años

44. En el paralelepípedo recto de la figura, la base es un cuadrado y la altura mide 2 cm más que el lado del cuadrado. Si el área del paralelepípedo es  $78 \text{ cm}^2$ , ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite resolver la longitud  $x$  (en cm) del lado del cuadrado?

- A)  $x^2(x + 2) = 78$   
 B)  $2x^2 + 2x(x + 2) = 78$   
 C)  $2x^2 + 4x(x + 2) = 78$   
 D)  $x^2 + 4x(x + 2) = 78$



45. En una caja cuya forma es de paralelepípedo recto de base rectangular el largo mide 2 cm más que el ancho y la altura mide 4 cm. Si la cantidad de de papel que se ocuparían para forrar exteriormente esta caja sin considerar la tapa es  $79 \text{ cm}^2$ , ¿cuál de las siguientes alternativas **NO** corresponde al área de uno de los rectángulos que encierran esta caja?

- A)  $12 \text{ cm}^2$   
 B)  $15 \text{ cm}^2$   
 C)  $20 \text{ cm}^2$   
 D)  $25 \text{ cm}^2$

46. Dos hermanos tienen 5 años de diferencia y en 10 años más el producto de sus edades será 750. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Uno de ellos tiene actualmente 15 años.  
 B) La suma de sus edades actuales es 35 años.  
 C) En 5 años más sus edades sumarán 50 años.  
 D) En 10 años más el mayor tendrá 30 años.

47. Las aristas de un cubo disminuyen en 2 cm, disminuyendo el volumen del cubo en  $296 \text{ cm}^3$ . ¿Cuánto medían inicialmente estas aristas?

- A) 4 cm  
 B) 6 cm  
 C) 8 cm  
 D) 36 cm

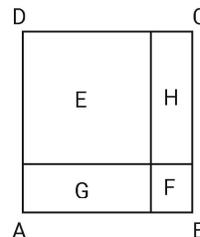
48. Un número tiene dos cifras, tal que la cifra de las decenas tiene una unidad más que el doble de la otra. Si al número se le suma el producto de las cifras resulta 94, entonces ¿cuál es la diferencia de las cifras?

- A) 2  
 B) 3  
 C) 4  
 D) 7

49. En la habitación de Luis, la cual tiene forma rectangular, se ha colocado una cama cuyas dimensiones son 1,5 y 2 metros. Si el largo de la habitación es 2 metros más que el ancho y el área no ocupada por la cama corresponde al 80% de la superficie de la habitación ¿cuánto mide el largo de esta pieza?

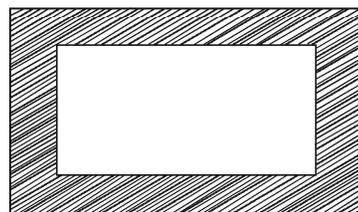
- A) 3 metros
- B) 3,5 metros
- C) 5 metros
- D) 7 metros

50. En el cuadrado ABCD de la figura se han trazado líneas paralelas a los lados formándose los cuadrados E y F y los rectángulos G y H. Si el lado del cuadrado E mide 4 cm más que el lado del cuadrado F y la suma de las áreas de los rectángulos equivalen al 42% del área del cuadrado ABCD, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



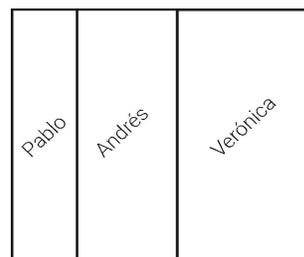
- A) El lado del cuadrado F mide 3 cm.
- B) El área del cuadrado E es  $100 \text{ cm}^2$ .
- C) El área del rectángulo G es  $21 \text{ cm}^2$ .
- D) E tiene  $40 \text{ cm}^2$  más de área que F.

51. En la figura, se muestra una cartulina donde se ha pegado una fotografía, dejando un borde constante alrededor de ella. Si las dimensiones de la cartulina son  $9 \times 7$  pulgadas y la foto ocupa los  $\frac{5}{9}$  del área de la cartulina, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el ancho del borde medido en pulgadas?



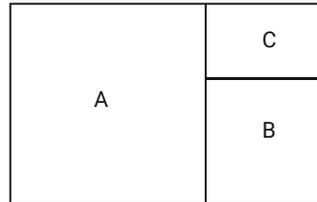
- A)  $(9 - x)(7 - x) = 35$
- B)  $(9 - 2x)(7 - 2x) = 35$
- C)  $(9 - 2x)(7 - 2x) = 14$
- D)  $\left(9 - \frac{x}{2}\right)\left(7 - \frac{x}{2}\right) = 35$

52. Francisco tiene un sitio en la playa de forma rectangular y decide subdividirlo en tres sitios también rectangulares, para que sus hijos: Pablo, Andrés y Verónica construyan sus respectivas casas de veraneo, tal como se muestra en la figura. Al hacer la subdivisión, el sitio de Pablo quedó con un fondo que mide el doble que el de su frente, el frente de Andrés mide 5 metros más que el de Pablo y 5 menos que el de Verónica. Si el sitio de Verónica quedó de  $1200 \text{ m}^2$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) El frente del sitio de Francisco era de 75 m.
- B) El sitio de Pablo quedó con un área de  $800 \text{ m}^2$ .
- C) Todos los sitios tienen un fondo de 40 m.
- D) El sitio de Verónica quedó con  $100 \text{ m}^2$  más que el de Andrés.

53. Verónica es una profesora de kinder y decide separar la sala de sus estudiantes en tres zonas, tal como se muestra en la figura, teniendo cada zona un área superior a  $1 \text{ m}^2$ . Las zonas A y B son cuadradas y se destinarán al trabajo grupal y juegos respectivamente y la zona C será la zona de lectura. Si los lados del cuadrado A tienen 2 metros más que los del cuadrado B y la zona de lectura son los  $\frac{2}{15}$  del área de la sala, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



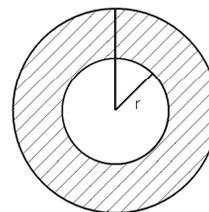
- A) La zona del trabajo grupal tiene  $36 \text{ m}^2$ .
- B) La zona de lectura tiene un área de  $8 \text{ m}^2$ .
- C) El largo de la sala es 10 metros.
- D) El área de la sala es superior a los  $60 \text{ m}^2$ .
54. Se tienen dos estanques cilíndricos, los cuales se ocupan para almacenar agua la que servirá posteriormente para regar una plantación en una parcela. El primero de los estanques tiene una altura de 12 metros y el segundo tiene una altura de 10 metros y un radio que mide 2 metros más que el radio del primer cilindro. Si el segundo estanque tiene una capacidad que supera al otro en  $190\pi \text{ m}^3$  y utilizando que un cilindro recto de radio basal  $r$  y altura  $h$  tiene un volumen de  $\pi r^2 h$ . Según la información dada ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) El radio del primer cilindro puede medir 5 m.
- B) El radio del segundo cilindro puede medir 17 m.
- C) Los radios de los cilindros pueden medir menos de 10 m.
- D) El radio del segundo cilindro es siempre superior a 10 m.
55. Se quiere embalar una cierta cantidad de artículos en una cierta cantidad de cajas. Se sabe que si se colocan en cada caja dos artículos más que el número de cajas sobrarían 5 artículos y si se colocan 12 artículos por caja se ocuparía una caja menos y sobraría 1 artículo. Según lo enunciado, ¿cuántas soluciones posibles hay para el número de cajas?
- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 4

56. En una camioneta se van a trasladar botellas de aceite las cuales vienen embaladas en cajas. En el primer viaje cada caja tenía una capacidad de 2 unidades menos que el número de cajas que se transportó, en el segundo viaje se llevaron 4 cajas más, pero la capacidad de estas cajas era dos unidades menos que las del viaje anterior. Si en los dos viajes se llevaron 248 botellas de aceite, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) El número de cajas del primer viaje es 12.
- B) En el segundo viaje se transportaron 128 botellas.
- C) La capacidad de las cajas en el 2° viaje era de 8 unidades.
- D) En total se transportaron 18 cajas.

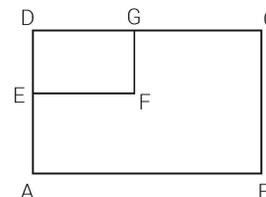
57. En la figura, se ilustra una pista que está formada por dos círculos concéntricos donde el radio de la circunferencia menor es  $r$  metros. ¿cuál de las siguientes ecuaciones cuadráticas permite determinar el ancho de la pista, si el área de la pista es de  $12.000\pi \text{ m}^2$ ?

- A)  $x^2 - 2rx - 12000 = 0$
- B)  $x^2 + 2rx - 12000 = 0$
- C)  $x^2 + 2rx + 12000 = 0$
- D)  $x^2 + rx - 12000 = 0$



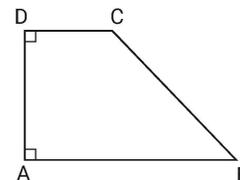
58. En la figura, el rectángulo ABCD representa el sitio de Pablo, y en él instalará una zona de juegos con césped, la que vista de arriba ocupa el rectángulo EFGD (con  $EF > FG$ ). Se sabe que el largo del sitio tiene 20 metros más que el ancho, el ancho GF de la zona de juegos mide 40 metros y el largo EF mide 60 metros menos que el largo AB del sitio. Si la superficie de la zona de juegos equivale al 20% del área del sitio, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) El largo del sitio de Pablo es 120 m.
- B) La superficie de la zona de juegos es  $2400 \text{ m}^2$ .
- C) El largo de zona de juegos es la mitad que el largo del sitio.
- D) El largo del sitio de Pablo podría medir 100 m.



59. Antonio tiene un sitio de forma de trapecio rectángulo como se muestra en la figura. Si el lado AB mide 12 m más que el lado AD, BC mide 20 m y CD mide 8 m, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Uno de los lados mide 24 m.
- B) El perímetro del sitio es 64 m.
- C) El sitio tiene un área de  $192 \text{ m}^2$ .
- D) El lado mayor mide el doble del menor.



60. Un campesino ha plantado lechugas en filas, poniendo en cada una de ellas la misma cantidad, de modo que la cantidad de lechugas por fila supera en dos a la cantidad de filas.  
Al otro año decide aumentar en cuatro la cantidad de filas y disminuir en dos la cantidad de lechugas por fila.  
Si la cantidad de lechugas plantadas durante los dos años es 756, ¿cuántas fueron plantadas en cada fila en el primer año?

- A) 20
- B) 22
- C) 24
- D) 25