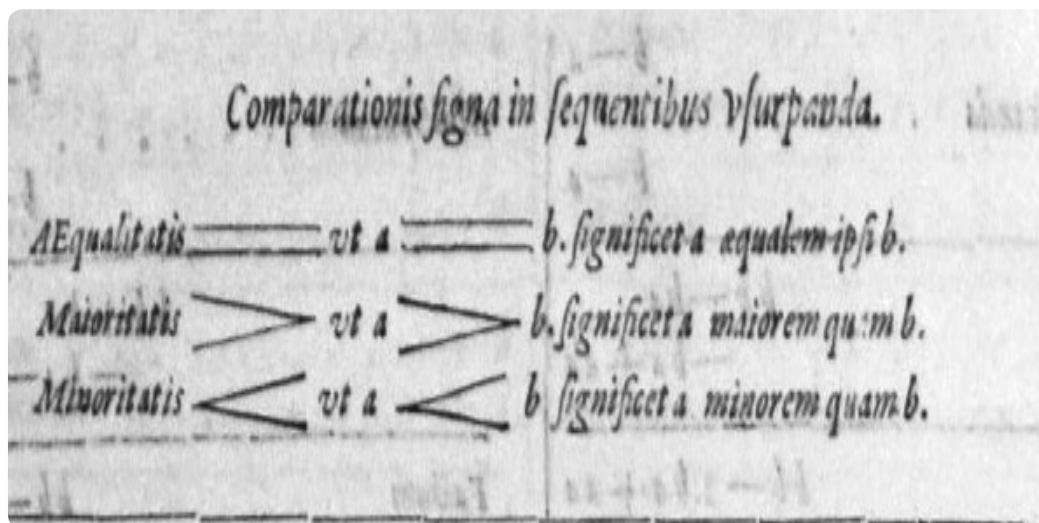


Capítulo 6

DESIGUALDADES E INECUACIONES



El primer matemático que introdujo los símbolos de desigualdad ">" (mayor que) y "<" (menor que) fue **Thomas Harriot** (1520-1621) en su manuscrito "Artis analyticae praxis", el cual fue publicado después de su muerte. Los símbolos que aparecieron en la publicación se muestran en la figura, pero se cree que los editores modernizaron los símbolos originales ya que estos eran curvos parecidos a cuernos.

CONCEPTOS CLAVES

- Desigualdades
- Gráfico
- Intervalos
- Inecuaciones de primer grado

✓ DESIGUALDADES

Una desigualdad es una expresión que utiliza los símbolos ">" (mayor), "<" (menor), "≥" mayor o igual o "≤" menor o igual.

Las desigualdades cumplen las siguientes propiedades:

1. Si se suman dos desigualdades de un mismo sentido se obtiene una desigualdad del mismo sentido.

$$\left. \begin{array}{l} a < b \\ c < d \end{array} \right\} \rightarrow a + c < b + d \qquad \left. \begin{array}{l} a \leq b \\ c < d \end{array} \right\} \rightarrow a + c < b + d$$

2. Si se suma o resta un número a ambos lados de una desigualdad, esta se conserva.

$$a < b \rightarrow a + c < b + c \quad ; \quad a \leq b \rightarrow a - c \leq b - c$$

3. Si se multiplica o divide a ambos lados de una desigualdad por un número positivo, esta se conserva.

$$a < b \text{ y } c > 0 \rightarrow ac < bc \quad ; \quad a \leq b \text{ y } c > 0 \rightarrow ac \leq bc$$

4. Si se multiplica o divide a ambos lados de una desigualdad por un número negativo, esta se invierte.

$$a < b \text{ y } c < 0 \rightarrow ac > bc \quad ; \quad a \leq b \text{ y } c < 0 \rightarrow \frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$$

✓ PROPIEDADES CON DESIGUALDADES EN LOS NÚMEROS REALES

En los números reales se cumplen las siguientes propiedades relativas a desigualdades:

- Si se tiene una desigualdad con ambos términos positivos, entonces sus cuadrados mantienen la desigualdad:

$$0 < a < b \rightarrow a^2 < b^2$$

- Si se tiene una desigualdad con ambos términos negativos, entonces sus cuadrados invierten la desigualdad:

$$a < b < 0 \rightarrow a^2 > b^2$$

- Si se tiene una desigualdad con ambos términos positivos o ambos negativos, entonces sus recíprocos invierten la desigualdad:

$$0 < a < b \rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \quad ; \quad a < b < 0 \rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

- Si se tiene un número entre cero y uno, entonces a mayor exponente de la potencia se obtiene un número cada vez menor:

$$0 < a < 1 \rightarrow \dots a^4 < a^3 < a^2 < a$$

- Si se tiene un número mayor uno, entonces a mayor exponente de la potencia se obtiene un número cada vez mayor:

$$a > 1 \rightarrow \dots a^4 > a^3 > a^2 > a$$

- La suma de los cuadrados de dos números es mayor o igual que el doble del producto de los números:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

✓ INTERVALOS DE NÚMEROS REALES

Un intervalo es un subconjunto de números reales, existen diversos tipos de intervalos, los cuales pasamos a detallar a continuación:

Tipo de Intervalo	Descripción	Notación Conjuntista	Notación de Intervalo	Gráfico
Cerrado	Considera todos los números reales que están entre dos números, considerando los extremos.	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
Abierto	Considera todos los números reales que están entre dos números, sin considerar los extremos.	$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	$]a, b[$	
Intervalo semi abierto por la izquierda (o semi cerrado por la derecha)	Considera todos los números reales que están entre dos números, sin considerar el extremo izquierdo.	$\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	$]a, b]$	
Intervalo semi abierto por la derecha (o semi cerrado por la izquierda)	Considera todos los números reales que están entre dos números, sin considerar el extremo derecho.	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	$[a, b[$	
Intervalo no acotado por la izquierda	Considera todos los números reales que son menores (o menores o iguales) que un cierto número.	$\{x \in \mathbb{R} / x < a\}$ $\{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$	$] - \infty, a[$ $] - \infty, a]$	
Intervalo no acotado por la derecha	Considera todos los números reales que son mayores (o mayores o iguales) que un cierto número.	$\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$ $\{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$	$]a, \infty[$ $]a, \infty]$	

✓ TRADUCCIÓN DE ENUNCIADO CON DESIGUALDADES A EXPRESIÓN ALGEBRAICA

A continuación veremos cómo plantear algunos enunciados relacionados con desigualdades:

Enunciado	Expresión algebraica
A mayor que B	$A > B$
A menor que B	$A < B$
A mayor o igual que B	$A \geq B$
A menor o igual que B	$A \leq B$
A es a lo sumo igual a B	$A \leq B$
A es a lo menos B	$A \geq B$
A es a lo más B	$A \leq B$

✓ INECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA

Una inecuación lineal con una incógnita es una desigualdad donde el mayor exponente de la incógnita es uno. Ejemplos de inecuaciones lineales: $ax + b < c$; $ax + b \geq c$, donde x es la incógnita y a , b y c son números reales. Para resolver las inecuaciones lineales debemos ocupar las propiedades de las desigualdades.

Ejemplo:

Resolver la inecuación $12x + 8 < 32$

- (1) Restamos 8 ambos lados de la inecuación (por prop. 2 la desigualdad no cambia)
 $12x < 24$
- (2) Dividimos por 12 a ambos lados de la inecuación (por prop. 3 la desigualdad no cambia)
 $x < 2$

Este resultado lo podemos anotar mediante un conjunto un intervalo o forma gráfica.

Conjunto	Intervalo	Gráfico
$\{x \in \mathbb{R} / x < 2\}$	$] - \infty, 2[$	

Observación: en el caso en el que en la inecuación se elimine la incógnita, tenemos dos posibilidades:

- (1) Si la inecuación conduce a una contradicción, entonces no tiene soluciones.

Ejemplo: $2x - 3 < 2x - 5 \leftrightarrow -3 < -5 \leftrightarrow S = \emptyset$

- (2) Si la inecuación conduce a una afirmación que es siempre verdadera, entonces tiene infinitas soluciones.

Ejemplo: $4 - (x + 1) > 2 - x \leftrightarrow 3 - x > 2 - x \leftrightarrow 3 > 2 \leftrightarrow S = \mathbb{R}$



ATENCIÓN

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podrás encontrar material como:

- Clases con contenidos
- Videos con resolución de ejercicios
- Mini Ensayos - Ensayos y ¡mucho más!

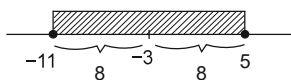


EJERCICIOS RESUELTOS

1. Los números que están a una distancia a los sumo igual a 8 del -3 y no son mayores que 2, corresponde al intervalo

Solución

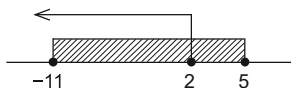
Los números que "están a una distancia a los sumo igual a 8 del -3 " corresponde al intervalo:



Por otro lado los que "no son mayores que 2" corresponde al intervalo:



Intersectando los dos intervalos obtenidos:



Se obtiene el intervalo $[-11, 2]$.

2. Un servicio de taxis cobra una tarifa inicial de \$1500 (llamada "bajada de bandera") más \$130 por cada 200 metros de recorrido (lo que se va cobrando cuando finaliza los 200 m).

Si un cliente tiene \$3.000, ¿para cuántos km de recorrido le alcanza?

Solución:

Tenemos que la tarifa es $1500 + 130x$ donde x es la cantidad de tramos de 200 metros que haya recorrido, entonces planteamos la inecuación $1500 + 130x \leq 3000$, cuya solución es $x \leq 11,53\dots$, es decir los \$3.000

le alcanzará para un recorrido a lo sumo igual a 11 tramos de 200 metros, si transformamos esto a

kilómetros, calculamos $\frac{11 \cdot 200}{1000}$ lo que nos arroja 2,2 km.

Por lo tanto, con \$3.000 le alcanza para un recorrido a lo sumo igual a 2,2 km.

3. Una mamá debe comprar cuadernos universitarios, estos pueden ser tapa blanda o tapa dura cuyos valores respectivos son \$800 y \$1200.

Si la cantidad de cuadernos de tapa dura deben ser 5 más que los de tapa blanda y su gasto no debe exceder los \$35.000, ¿cuál es la mayor cantidad posible de cuadernos de tapa dura que puede comprar?

Solución:

Supongamos que compra “x” cuadernos de tapa blanda, por lo tanto debe comprar “x + 5” de tapa dura. El gasto es entonces $1200(x + 5) + 800x$, el cual no debe exceder los \$35.000, por lo que el enunciado del problema nos conduce a la inecuación $1200(x + 5) + 800x \leq 35000$, dividiendo por 100, obtenemos la inecuación equivalente $12(x + 5) + 8x \leq 350$, resolviendo obtenemos que $x \leq 14,5$, por lo que el mayor valor posible para los cuadernos de tapa blanda es 14 y por ende el mayor valor posible para los de tapa dura es 19.

4. Si a y b son números reales negativos tal que $a > b$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) $a^2 > ab$
 B) $\frac{a}{b} > 1$
 C) $\frac{a+b}{b} > 1$
 D) $\frac{b-a}{a+b} > 1$

Solución:

En A) si dividimos por “a” a ambos lados de la desigualdad $a^2 > ab$, la desigualdad se invierte ya que $a < 0$, entonces nos queda $a < b$, lo que contradice la hipótesis, luego es falsa.

En B) si multiplicamos por b la desigualdad $\frac{a}{b} > 1$, se invierte la desigualdad debido a que $b < 0$, entonces queda $a < b$, lo cual contradice la hipótesis, luego la afirmación de esta alternativa es falsa.

En C) si multiplicamos la desigualdad $\frac{a+b}{b} > 1$ por b, obtenemos $a + b < b$ (se invierte la desigualdad debido a que $b < 0$), de $a + b < b$, obtenemos que $a < 0$, lo cual es correcto, luego lo que se afirma en esta alternativa es verdadero.

En D) si multiplicamos la desigualdad $\frac{b-a}{a+b} > 1$ por $a + b$, la desigualdad se invierte debido a que $a + b < 0$, luego se obtiene que $b - a < a + b$, o equivalentemente $-a < a$, esto no se cumple debido a que $a < 0$, luego es falsa.

Nota: el método utilizado en este ejercicio consiste en desarrollar la afirmación dada, convirtiéndola a otra expresión equivalente, si concluimos que esta es verdadera (o falsa) la original también será verdadera (o falsa).

EJERCICIOS DE PRÁCTICA



Visita nuestro
portal educativo

6

1. El conjunto de los números reales que están entre 12 y 15 (ambos valores incluidos) y que son mayores que 13 y a lo sumo 20, corresponde al intervalo

- A) $[12, 20]$
- B) $[13, 15]$
- C) $]13, 15]$
- D) $[12, 20] - \{13\}$

2. Dados los intervalos: $A =]2, 4[$ y $B = [3, 5[$, entonces $A \cap B =$

- A) $[3, 4[$
- B) $[3, 4]$
- C) $]3, 4[$
- D) $]2, 5]$

3. El conjunto solución de la inecuación $x - 2x \leq -x + 3$ corresponde al conjunto

- A) $[1, \infty[$
- B) $] - \infty, 0]$
- C) $\square$
- D) $\emptyset$

4. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) $-\frac{1}{3} \in \left] -\frac{2}{5}, -\frac{1}{4} \right[$

B) $2,7 \in \left[\frac{131}{50}, \frac{68}{25} \right[$

C) $1,9 \in \left[2, \frac{11}{5} \right]$

D) $0,6 \in \left[\frac{13}{25}, \frac{3}{5} \right]$

5. La solución de la inecuación: $\frac{x}{2} + 2 > \frac{3}{4}x - 1$ es el conjunto de números reales "x" que cumplen con que

- A) $x < 12$
- B) $x > 12$
- C) $x < 4$
- D) $x < 6$

6. Sean los intervalos, $A =]-5, 4]$ y $B =]1, 10]$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) $-\sqrt{17} \in A$
- B) $\frac{1}{3} \in B$
- C) $\sqrt{98} \in (A \cup B)$
- D) $\sqrt{2} \in (A \cap B)$

7. Si $a - 1 > 5$ y $b + 2 > -6$, entonces $a + b$ es

- A) mayor que -4.
- B) mayor que 2.
- C) mayor que -2.
- D) menor que -2.

8. Almendra debe resolver la inecuación, $(x + 2)^2 - (x - 3)^2 > 8(2x - 1)$ los pasos que realiza son los siguientes:

Paso 1	↘	$(x + 2)^2 - (x - 3)^2 > 8(2x - 1)$
Paso 2	↘	$(x^2 + 4x + 4) - (x^2 - 6x + 9) > 8(2x - 1)$
Paso 3	↘	$10x - 5 > 16x - 8$
Paso 4	↘	$-6x > -3$
	↘	$x > \frac{1}{2}$

Al resolver la inecuación, ¿en cuál de los pasos cometió un error?

- A) Paso 1
- B) Paso 2
- C) Paso 3
- D) Paso 4

9. Si x es un número real tal que $0 < x < 1$, entonces ¿cuál de las siguientes inecuaciones **NO** cumple x ?

- A) $x^2 < x$
- B) $x^3 < x^2$
- C) $x^5 > x^3$
- D) $x^4 < x^2$

10. La fórmula de conversión de $^{\circ}\text{C}$ (grados Celcius) a $^{\circ}\text{F}$ (grados Fahrenheit) es $^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5}^{\circ}\text{C} + 32$.

Si la temperatura de una solución es superior a los 104°F , entonces todos los valores posibles para la temperatura (medida en $^{\circ}\text{C}$) cumplen con que son

- A) iguales a 40°C .
- B) superiores a 40°C .
- C) superiores a $75,5^{\circ}\text{C}$.
- D) superiores a $219,2^{\circ}\text{C}$.

11. Si a y b son números racionales tales que $ab < 0$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) $\frac{a}{b} < 0$
- B) $\frac{a^4}{b^3} > 0$
- C) $\frac{a^3}{b^3} < 0$
- D) $a^3b < 0$

12. El intervalo que contiene a todas y solamente las soluciones de la inecuación

$$3x + 2(x - (2x - 3)) > 2x - (3x - (x - 1))$$
 es

- A) $[-7, \infty[$
- B) $] -7, \infty[$
- C) $\left] -\frac{7}{5}, \infty \right[$
- D) $\left] -\frac{5}{3}, \infty \right[$

13. Manuel quiere dejar su vehículo en un estacionamiento cuya tarifa es de \$500 base, que te permite estacionar hasta 30 minutos y después se recarga \$20 por cada minuto adicional. Si Manuel dispone de \$2.000 para el estacionamiento entonces la cantidad máxima de tiempo que puede estacionar su vehículo es
- A) 45 minutos.
B) 75 minutos.
C) 105 minutos.
D) 120 minutos.
14. ¿Cuál de los siguientes intervalos **no** contiene a ninguna de las soluciones de la inecuación $(x - 2)^2 - (x + 1)^2 \geq 9$?
- A) $] -3, -1[$
B) $[-1, 5]$
C) $] -4, -2[$
D) $] -1, 5[$
15. Si a y b son racionales tales que $a - b > a$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) $\frac{a - b}{a} > 1$
B) $b^2 > b$
C) $a + b < a$
D) $a - b > a + b$
16. Juan compra dos artículos donde uno vale 5 dólares más que el otro. Si su presupuesto para comprar los dos artículos no excede los 55 dólares, ¿cuál es el precio máximo que puede pagar por el artículo más caro?
- A) 24 USD
B) 25 USD
C) 29 USD
D) 30 USD
17. "El doble del cuadrado de un número entero x es a lo sumo igual al sucesor del triple de x ", se expresa mediante la desigualdad:
- A) $2x^2 \leq 3(x + 1)$
B) $2x^2 < 3(x + 1)$
C) $2x^2 < 3x + 1$
D) $2x^2 \leq 3x + 1$

18. "El cuadrado de **a** sumado con el cuadrado del doble de **b** es a lo menos el triple del cuadrado de **c**, se expresa mediante la desigualdad"

- A) $a^2 + (2b)^2 \geq (3c)^2$
- B) $a^2 + (2b)^2 > 3c^2$
- C) $a^2 + (2b)^2 \geq 3c^2$
- D) $a^2 + 2b^2 \geq 3c^2$

19. En un rectángulo el largo mide 2 cm más que el ancho y su perímetro es a lo sumo 22 cm. Si los lados miden un número entero de cm, entonces la máxima área posible es

- A) 23 cm²
- B) 24 cm²
- C) 35 cm²
- D) 48 cm²

20. En un estanque hay 80 m³ de agua y una bomba extrae 1,2 m³ por hora. Para que queden menos de 26 m³ en el estanque, se deben esperar por lo menos

- A) 43 h
- B) 44 h
- C) 45 h
- D) 46 h

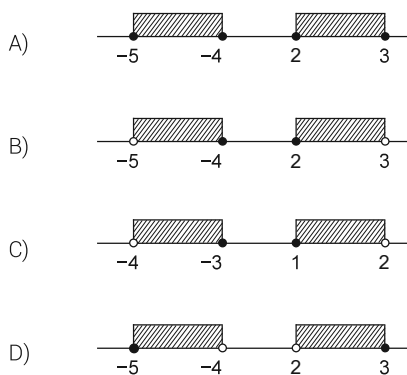
21. Una cuerda que mide 30 cm es cortada en 2 trozos de modo que el cuadrado de la longitud de la más larga menos el cuadrado de la longitud de la otra es superior a los 60 cm², entonces todos los valores posibles para la longitud de la cuerda más larga cumple con que miden

- A) menos de 16 cm.
- B) más de 16 cm.
- C) menos de 20 cm.
- D) más de 20 cm.

22. ¿Cuántos números enteros positivos existen que cumplen con que su triple sumado con los tres cuartos de su sucesor es menor a 12?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

23. Leonor va a comprar chocolates y jugos en un supermercado para celebrar el cumpleaños de su hijo. Los chocolates valen \$350, los jugos \$500 y desea comprar 6 unidades más de jugos que de chocolates. Si su presupuesto es inferior a los \$15.000, entonces el máximo de jugos que puede comprar es
- A) 13
B) 14
C) 19
D) 20
24. Lo que le falta a un número para ser 27 es mayor o igual de lo que le falta a su doble para ser 30, por lo tanto el número es necesariamente
- A) mayor que 19.
B) a lo menos 19.
C) a lo menos 57.
D) a lo menos 3.
25. La suma de tres números consecutivos es a lo sumo 39, ¿cuál de las siguientes afirmaciones con respecto al mayor de los números es **siempre** verdadera?
- A) es a lo sumo 12.
B) es menor que 14.
C) es a lo sumo 14.
D) es menor que 13.
26. ¿En cuál de los siguientes gráficos se representa a todos los números reales que están a una distancia mayor que tres y menor o igual que 4 del -1 ?



27. Sean a y b dos números racionales tales que $a < 0 < b$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) $\frac{a-b}{a} > 1$
- B) $\frac{a}{a-b} < 1$
- C) $\frac{a}{b} < -1$
- D) $\frac{1}{a} < \frac{1}{a-b}$

28. Con respecto a las soluciones de la inecuación, $3x - (x - 2(x + 2)) > 2x + 2(3 + (x - 2))$, se afirma que

- A) son todos los números reales.
- B) son mayores que 2.
- C) son mayores que 0.
- D) no existen.

29. Andrés recibe un bono y decide darle parte de este a sus tres hijos, al mayor le dio la mitad, al del medio la quinta parte y al menor un sexto. Si lo que le dio a sus hijos es mayor a \$130.000, entonces todos los valores posibles para el monto del bono, cumplen que son

- A) superiores a \$30.000.
- B) superiores a \$25.000.
- C) superiores a \$75.000.
- D) superiores a \$150.000.

30. Lo que le falta al doble de un número para ser 80 es superior a lo que falta al mismo número para ser 50, por lo tanto el número debe ser

- A) superior a 30.
- B) inferior a 30.
- C) a lo más 30.
- D) a lo menos 30.

31. Si $\frac{32^a}{8} > 8^a \cdot 2^{13}$, entonces a

- A) mayor que 8.
- B) mayor que 16.
- C) menor que $-\frac{26}{3}$.
- D) menor que -26.

- 32.** Los lados de un rectángulo se aumentan en 2 cm lo que produce que su área aumente en más de 8 cm^2 , entonces el perímetro del rectángulo inicial es
- A) a lo menos 4 cm.
 - B) mayor a 2 cm.
 - C) mayor a 4 cm.
 - D) mayor a 8 cm.
- 33.** Los lados de un triángulo ABC cumplen con que $\frac{3}{5} < AB < 2$, $1 < BC < \frac{5}{2}$ y $3 < AC < \frac{38}{10}$, entonces ¿cuál de las siguientes opciones podría corresponder al perímetro de este triángulo?
- A) 4,0
 - B) 4,6
 - C) 4,7
 - D) 9,0
- 34.** Los lados de un triángulo ABC (expresados en cm) miden $a = x$, $b = 2x - 3$ y $c = x + 5$, con $x > 2$, entonces para que exista este triángulo, x debe medir
- A) más de dos cm.
 - B) más de tres cm.
 - C) más de cuatro cm.
 - D) menos de cuatro cm.
- 35.** En una función teatral hay entradas a platea VIP que valen \$10.000 y a platea normal que valen \$5.000. Un grupo de amigos asiste a esta función y al comprarlas les informan que quedan 4 entradas VIP más que normales. Si se dispone de menos de \$90.000 para la compra de las entradas, entonces el máximo de entradas VIP que pueden comprar es
- A) 3
 - B) 5
 - C) 7
 - D) 8

36. La mamá de Alberto le celebrará su cumpleaños, para ello compra P botellas de 2 litros y Q botellas de 2,5 litros de bebida. Si durante el cumpleaños piensa servir vasos de 250 cc, dejando para ella una cantidad de bebida no inferior a R cc, entonces la inecuación que permite calcular la cantidad x de vasos que alcanzará a servir es

- A) $2P + 2,5Q - \frac{1}{4}x > \frac{R}{1000}$
 B) $2P + 2,5Q - \frac{1}{4}x \geq \frac{R}{100}$
 C) $2P + 2,5Q - \frac{1}{4}x \geq \frac{R}{1000}$
 D) $2P + 2,5Q - \frac{1}{4}x < \frac{R}{1000}$

37. Sean a y b dos números racionales negativos, tal que $a > b$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) $-a + b < a - b$
 B) $(a - b)^3 > 0$
 C) $\frac{a+b}{a-b} < 0$
 D) $(b - a)^2 > a - b$

38. En una empresa eléctrica la tarifa consiste en un cargo fijo de \$2.100 más \$80 por cada kWh de consumo. Si en una familia desean gastar menos de \$10.000 en electricidad, entonces la cantidad máxima de kWh que pueden consumir (en números enteros) es

- A) 97
 B) 98
 C) 99
 D) 100

39. La profesora de matemática le pide a cuatro de sus estudiantes que digan alguna información que les permita deducir que $b < 0$.

- **Raúl** dice que basta conocer que $-b > b$.
- **Pablo** dice que es suficiente conocer que $-b^2 < b^2$.
- **Sylvia** dice que basta conocer que $a^2b < 0$.
- **Paula** dice que es suficiente conocer que $b^3 < 0$.

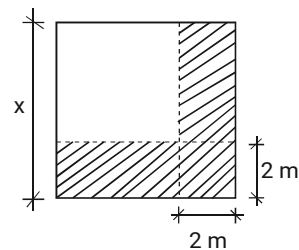
¿Cuál de los estudiantes se equivoca?

- A) Raúl
 B) Pablo
 C) Sylvia
 D) Paula

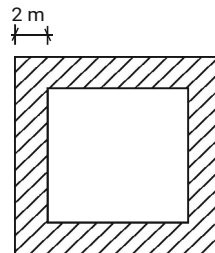
40. En un estanque hay $B \text{ m}^3$ de agua y una bomba le extrae $A \text{ m}^3$ por hora, para que queden menos de $C \text{ m}^3$ en el estanque, entonces hay que esperar
- A) más de $\frac{B+C}{A}$ horas.
 - B) menos de $\frac{B-C}{A}$ horas.
 - C) más de $\frac{B-C}{A}$ horas.
 - D) exactamente $\frac{B-C}{A}$ horas.
41. Pablo hará un viaje fuera del país y necesita comprar dólares y euros, para ello acude a una casa de cambio donde el precio de venta para los dólares y euros es \$840 y \$950 respectivamente. Si Pablo debe comprar de modo que el número de euros sea un 80% de la cantidad de dólares y debe gastar menos de \$360.000, entonces la cantidad máxima de dólares (en números enteros) que puede comprar es
- A) 222
 - B) 223
 - C) 224
 - D) 225
42. Una compañía de seguros cobra mensualmente por un vehículo de cierta marca y modelo un cargo fijo de \$13.000 más un cobro de \$20 por cada km recorrido. Si Joaquín tiene un presupuesto de a lo menos \$18.000 e inferior a \$20.000, entonces la cantidad de km mensuales que puede recorrer respetando su presupuesto debe
- A) estar entre los 250 y los 350 km.
 - B) ser superior a los 250 km y a lo más 350 km.
 - C) ser a lo menos 250 km y a lo más 350 km.
 - D) ser como mínimo 250 km e inferior a 350 km.
43. Tres números consecutivos son tales que la suma entre los dos tercios del menor con los tres cuartos del intermedio es más grande que el término mayor. ¿Cuál es el menor valor posible para el término mayor?
- A) 4
 - B) 5
 - C) 6
 - D) 7

44. Josefina ha ahorrado 28 monedas entre monedas de \$100 y \$500, ¿cuántas monedas de \$500 debe tener como mínimo, si se sabe que tiene un ahorro superior a \$9.200?
- A) 14
B) 15
C) 16
D) 17
45. La temperatura en un cierto laboratorio está regulada de modo que es mayor a 5°C y a lo más llega a 20°C. Si la conversión entre grados Celcius a Fahrenheit es $^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5}^{\circ}\text{C} + 32^{\circ}$, entonces se puede afirmar que la temperatura de la habitación
- A) fluctúa entre los 41 °F y 68 °F, sin tomar los extremos.
B) es superior a los 41 °F y a lo más llega a los 68 °F.
C) es a lo menos 41 °F y a lo más se llega a los 68 °F.
D) es a lo menos 41 °F y menor a los 68 °F.
46. Una compañía de agua potable tiene una tarifa base de \$R y un cobro de \$A por m³ de consumo. En la casa de la Sra. Francia, durante el año pasado la cuenta más baja fue de \$P y la más alta fue de \$Q más, entonces ¿cuál de las siguientes relaciones cumplen todos los valores posibles de m, donde m es la cantidad de m³ de consumo de agua potable de la vivienda de la Sra. Francia durante ese año?
- A) $\frac{P-R}{A} < m < \frac{Q-R}{A}$
B) $\frac{P-R}{A} \leq m \leq \frac{Q-R}{A}$
C) $\frac{P-R}{A} \leq m \leq \frac{P+Q-R}{A}$
D) $\frac{P-R}{A} < m < \frac{P+Q-R}{A}$
47. Un camión transporta cervezas las cuales están embaladas en pack de 6 y de 24 unidades. Si en un viaje transporta más de 400 cervezas, llevando 6 pack más de 24 unidades que de 6, entonces el número de pack de 24 unidades que lleva es
- A) como mínimo 8.
B) como mínimo 9.
C) como mínimo 14.
D) como mínimo 15.

48. En una liquidación las blusas valen \$5.000 y los pantalones \$12.000.
Si Belén lleva 10 unidades más de pantalones que de blusas y su presupuesto es inferior a \$256.000, ¿cuál es la cantidad máxima de blusas que puede llevar?
- A) 7
B) 8
C) 9
D) 10
49. Para un evento artístico en un cierto teatro, el valor de la entrada de adulto es \$12.000 y el de los estudiantes es \$4.500. En un cierto día los que pagaron adultos fueron uno más que el doble que los que pagaron estudiante y la recaudación fue inferior a \$400.000, entonces la cantidad de personas que cancelaron "estudiante" fue a lo más
- A) 12
B) 13
C) 14
D) 15
50. En la figura se muestra un sitio de forma de cuadrado, cuyo lado mide "x" metros. Paralelamente a los lados del sitio se trazan líneas a 2 metros, para demarcar la zona sombreada que se destinará a jardines. Si se sabe que el área destinada a jardines es superior a los 52 m^2 , entonces el lado x mide
- A) como mínimo 12 metros.
B) a lo menos 12 metros.
C) como mínimo 14 metros.
D) más de 14 metros.



51. En un patio de forma de cuadrado se ha colocado una piscina y alrededor de ella una franja constante de césped de 2 metros de ancho tal como se muestra en la figura. Si se sabe que el área destinada al césped es a lo menos 40 m^2 , entonces si ponemos una reja alrededor tanto de la piscina como del patio, esta medirá a lo mínimo



- A) 28 m
B) 40 m
C) 45 m
D) 48 m

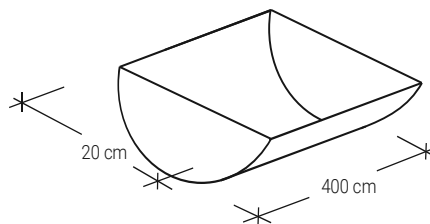
52. Un número está comprendido entre a y b , con $a < b$, si a este número se le resta un número negativo c y después se multiplica por un número negativo d , entonces el número obtenido es siempre mayor que

A) $d(b + c)$
 B) $d(b - c)$
 C) $d(a + c)$
 D) $d(a - c)$

53. Un bebedero para pollos tiene forma de semicilindro como se muestra en la figura.

Si se abre una llave que bota 2,5 litros por minuto, ¿cuánto tiempo se demorará en llenar más de la mitad de la capacidad del estanque, suponiendo que habían inicialmente 20 litros? (ocupa que π es 3)

A) más de 4 minutos.
 B) más de 16 minutos.
 C) más de 24 minutos.
 D) más de 232 minutos.

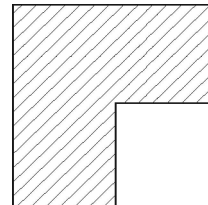


54. En el estacionamiento Autopark cobran \$50 por cada minuto pero los primeros 30 minutos son gratis, mientras que la competencia, el estacionamiento Parktown cobran \$40 el minuto. Para que sea más conveniente el estacionamiento Autopark, entonces se debe estacionar

A) más de 150'.
 B) menos de 150'.
 C) cualquier instante de tiempo, porque siempre es más conveniente.
 D) exactamente 150'.

55. Jorge tiene un galpón cuya superficie tiene una base en forma de cuadrado, en él ha trazado el cuadrado blanco de la figura donde pondrá las oficinas y el resto (zona sombreada) lo ocupará en almacenaje. Si el lado del cuadrado de la zona para las oficinas tiene 8 metros menos que el lado del galpón y la zona de almacenamiento tiene un área superior a los 208 m^2 , entonces el lado del galpón mide

A) a lo menos 9 m.
 B) más de 9 m.
 C) más de 17 m
 D) más de 20 m.



56. Leonardo tiene una máquina para cortar el pasto la cual ocupa una mezcla de gasolina de 93 octanos con un aceite especial de motor, de modo que para cada corte, debe mezclar 10 cc de aceite por cada cuarto de litro de bencina. Si Leonardo dispone de un bidón de 20 litros de bencina y una botella de aceite de motor de $\frac{3}{4}$ L, entonces ¿cuántos cortes como máximo podrá hacer Leonardo?
- A) 70
B) 75
C) 80
D) 85
57. Renata va a comprar a una liquidación 8 prendas entre pantalones y blusas. Los pantalones y las blusas cuestan respectivamente \$15.000 y \$12.000 y se sabe que ella gasta menos de \$111.000, entonces ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) Podría comprar igual cantidad de pantalones que blusas.
B) El máximo de pantalones que puede comprar es 4.
C) Podría comprar más pantalones que blusas.
D) Podría comprar más blusas que pantalones.
58. En un rectángulo el ancho mide $(6x + 8)$ cm y el largo mide $(16 + 2x)$ cm, con $x > 0$, entonces el perímetro en cm, es un valor que es **siempre**
- A) inferior a 20 cm.
B) inferior a 40 cm.
C) inferior a 60 cm.
D) inferior a 80 cm.
59. Un compuesto A que está inicialmente a 80° se coloca en una cámara de enfriamiento por lo que su temperatura empieza a disminuir en $1,2^\circ\text{C}$ por minuto, simultáneamente un compuesto B que se encuentra inicialmente a $66,5^\circ\text{C}$ se saca de la cámara de enfriamiento lo que provoca que su temperatura aumente en $1,5^\circ\text{C}$ por minuto. Si se mide el tiempo, a partir del instante en que efectuamos ambos procedimientos, entonces la temperatura del compuesto A va a ser superior a la del compuesto B:
- A) En cualquier instante de tiempo.
B) Para un tiempo superior a los 5 minutos.
C) Para un tiempo inferior a los 5 minutos.
D) Exactamente a los 5 minutos.

60. Juan quiere estacionar su auto, para ello dispone de dos estacionamientos, en "Autoparque" cobran \$300 los primeros 40 minutos y después \$40 por cada minuto adicional, mientras que en el estacionamiento "Parking Center" cobran \$450 los primeros 30 minutos y después \$30 por cada minuto adicional, ¿hasta los cuántos minutos es más conveniente Autoparque?

- A) Menos de 65 minutos.
- B) Más de 80 minutos.
- C) Menos de 75 minutos.
- D) Menos de 85 minutos