

Capítulo 5

PLANTEO DE PROBLEMAS

George Pólya (1887-1985) matemático húngaro, es uno de los nombres míticos en la historia moderna de las matemáticas y sus estudios y publicaciones estuvieron referidas a la resolución de problemas.



CONCEPTOS CLAVES

- Traducción a lenguaje algebraico
- Ecuación de primer grado
- Sistemas de ecuaciones

✓ TRADUCCIÓN DE ENUNCIADO A LENGUAJE ALGEBRAICO

Si queremos resolver un problema, a través del planteo de una ecuación, debemos traducir lo expresado en el enunciado a lenguaje algebraico, para ello es conveniente considerar las siguientes conversiones.

El doble de x.....	$2x$
El triple de x.....	$3x$
El sucesor de n.....	$n + 1$ (si $n \in \mathbb{N}$)
El antecesor de n.....	$n - 1$ (si $n \in \mathbb{Z}$)
El cuadrado de x.....	x^2
El cubo de x.....	x^3
El inverso aditivo u opuesto de x.....	$-x$
A sumado con B.....	$A + B$
A restado con B.....	$A - B$
B disminuido en A.....	$B - A$
A sustraído de B.....	$B - A$
El producto entre A y B.....	$A \cdot B$
El cuociente entre A y B.....	$\frac{A}{B}$ (con $B \neq 0$)
El inverso multiplicativo o recíproco de x.....	x^{-1} o $\frac{1}{x}$ (si $x \neq 0$)
Suma de los cuadrados entre A y B.....	$A^2 + B^2$
Cuadrado de la suma entre A y B.....	$(A + B)^2$
Número de dos cifras con el dígito de las decenas es d y el de las unidades es u.....	$10d + u$

5

✓ SISTEMAS DE ECUACIONES

Un sistema lineal de ecuaciones, con dos variables y dos incógnitas, es de la forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}, \text{ donde las incógnitas son "x" e "y" y los coeficientes son números reales.}$$

Existen diversos métodos para resolver un sistema de ecuaciones, los más importantes son:

- Igualación
- Sustitución
- Reducción

Veamos algunos ejemplos, para distinguir cada uno de estos métodos.

Igualación

Ejemplo: Resolver el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} 2x - y = 13 \\ 6x + y = 19 \end{cases}$$

Tanto en la primera como en la segunda ecuación despejamos "y" (o bien la otra incógnita):

Ecuación (1): $2x - y = 13 \rightarrow y = 2x - 13$

Ecuación (2): $6x + y = 19 \rightarrow y = 19 - 6x$, igualando ambas expresiones para "y", tenemos:

$$2x - 13 = 19 - 6x \rightarrow 8x = 32 \rightarrow x = 4$$

Reemplazando este valor en cualquiera de las ecuaciones, obtenemos el valor de "y".

Por ejemplo si se reemplaza $x = 4$ en la primera ecuación, obtenemos $8 - y = 13 \rightarrow y = -5$.

89

Sustitución

Ejemplo:

$$\text{Resolver el sistema de ecuaciones } \begin{array}{l} 5x - y = 28 \\ 3x + 2y = 9 \end{array}$$

Este método consiste en que en una de las dos ecuaciones despejamos una de las incógnitas, posteriormente, este valor obtenido se reemplaza en la otra ecuación.

Por ejemplo, si en la primera ecuación despejamos "y", tenemos que $y = 5x - 28$, ahora esta expresión la reemplazamos en la otra ecuación:

$3x + 2(5x - 28) = 9 \rightarrow 13x = 65 \rightarrow x = 5$, reemplazando en cualquiera de las ecuaciones del sistema, obtenemos el valor de "y".

Si en la primera ecuación, reemplazamos x por 5, se obtiene: $25 - y = 28 \rightarrow y = -3$.

Reducción

Ejemplo:

$$\text{Resolver el sistema de ecuaciones } \begin{array}{l} 4x - 5y = 49 \\ 5x + 3y = 15 \end{array}$$

Este método consiste en multiplicar una o ambas ecuaciones por ciertos factores, de modo que al sumar o restar ambas ecuaciones se elimine una de las incógnitas.

En este sistema, por ejemplo eliminaremos la incógnita "y" para ello multiplicaremos la primera ecuación por 3 y la segunda ecuación por 5, de modo que los coeficientes de "y" queden cambiados de signo:

$$\begin{array}{l} 4x - 5y = 49 \\ 5x + 3y = 15 \end{array} \begin{array}{l} /:3 \\ /:5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 12x - 15y = 147 \\ 25x + 15y = 75 \end{array}, \text{ sumando ambas ecuaciones, se obtiene } 37x = 222 \rightarrow x = 6,$$

reemplazando este valor en cualesquiera de las ecuaciones, se obtiene $y = -5$.

En los ejercicios resueltos, veremos cómo los sistemas de ecuaciones nos permitirán resolver problemas.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Felipe tiene dos cuentas corrientes y en una de las cuentas tiene los $\frac{2}{3}$ de lo que tiene en la otra.

Si saca \$500,000 de una de ellas y la deposita en la otra, quedan iguales.

¿Cuánto dinero tenía inicialmente en cada una de ellas?

Solución:

Supongamos que los montos que tiene en las cuentas corrientes son x y $\frac{2}{3}x$.

Si saca \$500,000 y lo deposita en la otra, entonces en cada una de ellas tendrá:

$x - 500000$ y $\frac{2}{3}x + 500000$, asumimos que debe sacar de la que tiene más dinero ya que posteriormente

se afirma que quedan iguales:

$$x - 500000 = \frac{2}{3}x + 500000 \rightarrow x - \frac{2}{3}x = 1000000 \rightarrow \frac{1}{3}x = 1000000 \rightarrow x = 3000000,$$

Por lo tanto, lo que tenía inicialmente en las cuentas era: $x = \$3,000,000$ y $\frac{2}{3}x = \$2,000,000$

2. Un número tiene dos cifras de modo que la cifra de las decenas tiene una unidad más que el triple de la cifra de las unidades. Si se suma el número con el número que resulta de invertir sus cifras, resulta 99,

¿cuál es el número?

Solución:

Supongamos que la cifra de las unidades es x , entonces según la información dada, la cifra de las decenas es $3x + 1$.

Sabemos que si un número tiene dos cifras, donde las unidades es "u" y las decenas es "d", entonces el número es $u+10d$, y en este caso el número es $x + 10 \cdot (3x + 1)$, entonces el número con las cifras invertidas sería $10x + (3x + 1)$.

El enunciado afirma que si se suman estos dos números el resultado es 99, entonces

$x + 10 \cdot (3x + 1) + 10x + (3x + 1) = 99$, resolviendo esta ecuación se obtiene $x = 2$, por lo tanto el número es 72.

**ATENCIÓN**

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podrás encontrar material como:

- Clases con contenidos
- Videos con resolución de ejercicios
- Mini Ensayos - Ensayos y ¡mucho más!



3. La suma de las edades de dos hermanos es 25 años y en 5 años más uno va a tener los $\frac{3}{4}$ de lo que tendrá el otro. ¿Qué edades tienen actualmente?

Solución:

Supongamos que las edades son x e y , entonces $x + y = 25$, en cinco años más las edades serán

$$x + 5; y + 5, \text{ entonces } x + 5 = \frac{3}{4}(y + 5).$$

Entonces el enunciado nos lleva al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 25 \\ x + 5 = \frac{3}{4}(y + 5) \end{array} \right\}, \text{ multiplicando la segunda ecuación por 4, para eliminar las fracciones, resulta:}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 25 \\ 4x + 20 = 3(y + 5) \end{array} \right\}, \text{ ordenando, se llega al sistema: } \left. \begin{array}{l} x + y = 25 \\ 4x - 3y = -5 \end{array} \right\}.$$

Podemos resolver este sistema con cualquiera de los métodos vistos anteriormente, acá lo resolveremos por sustitución.

Despejamos una incógnita de la primera ecuación, por ejemplo si despejamos " x ", tenemos

$x = 25 - y$, y esto lo reemplazamos en la segunda ecuación: $4(25 - y) - 3y = -5$, resolviendo esta ecuación obtenemos $y = 15$, sustituyendo en cualesquiera de las ecuaciones obtenemos $x = 10$, luego las edades son 10 y 15 años.

4. Francisco lleva ahorrado \$5,200 en monedas de \$100 y \$500.

Si el total de monedas son 20, ¿cuántas tiene de cada denominación?

Solución:

Supongamos que tiene x monedas de \$100 e y monedas de \$500, entonces podemos plantear el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ 100x + 500y = 5200 \end{array} \right\}, \text{ en este sistema se puede reducir la segunda ecuación si dividimos por 100:}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ x + 5y = 52 \end{array} \right\}, \text{ si restamos la segunda ecuación con la primera (o usando cualquier otro método),}$$

se obtiene: $5y - y = 32 \rightarrow y = 8$, reemplazando en cualquiera de las ecuaciones se concluye que $x = 12$,

luego tiene 12 monedas de \$100 y 8 monedas de \$500.

Visita nuestro
portal educativo**EJERCICIOS DE PRÁCTICA**

1. En enunciado, "el doble del cuadrado de A equivale al triple del sucesor del cuadrado de B", se puede expresar mediante la igualdad
 - A) $(2A)^2 = 3(B + 1)^2$
 - B) $2A^2 = 3(B^2 + 1)$
 - C) $(2A)^2 = 3B^2 + 1$
 - D) $2A^2 = 3B^2 + 1$

2. Si un sector rectangular tiene un perímetro de 40 m y es de tal manera que su ancho tiene 4 m menos que su largo, la ecuación que permite conocer el ancho "x" es:
 - A) $2x + 4 = 40$
 - B) $4x + 4 = 40$
 - C) $2x - 4 = 20$
 - D) $2x + 4 = 20$

3. ¿Qué número entero es tal que al sumarle el triple de su antecesor da 77?
 - A) 19
 - B) 20
 - C) 21
 - D) 22

4. ¿Qué número par es tal que al sumarlo con su sucesor par da 42?
 - A) 10
 - B) 12
 - C) 20
 - D) 24

5. En un rectángulo el largo mide 3 cm más que el ancho y su perímetro es 54 cm. ¿Cuánto mide su largo?
 - A) 12 cm
 - B) 15 cm
 - C) 18 cm
 - D) 25,5 cm

6. Una piscina está llena hasta los $\frac{3}{5}$ de su capacidad. Si le faltan 1.200 litros para llenarla, ¿cuál es su capacidad?

- A) 480 litros
- B) 800 litros
- C) 2.000 litros
- D) 3.000 litros

7. Si se divide el sucesor del doble de un número con el antecesor del número resulta 3, entonces ¿cuál es el sucesor del cuadrado del número?

- A) 4
- B) 5
- C) 17
- D) 26

8. Un número entero sumado con el doble de su antecesor da 28. ¿Cuál es el antecesor del número?

- A) 9
- B) 10
- C) 11
- D) 21

9. Se tienen tres números consecutivos tales que el central es x , entonces el enunciado, "la suma de los cuadrados de los dos menores restado con el doble del cuadrado del mayor es -43" se traduce en la expresión

- A) $x^2 + (x + 1)^2 - (2(x + 2))^2 = -43$
- B) $x^2 + (x + 1)^2 - 2(x + 2)^2 = -43$
- C) $(x - 1)^2 + x^2 - (2(x + 1))^2 = -43$
- D) $(x - 1)^2 + x^2 - 2(x + 1)^2 = -43$

10. Raúl compró 1,2 kg de pan más una bolsa de papel de \$ 50, pagó con un billete de \$ 1.000 y una moneda de \$ 100, y recibió un vuelto de \$ 30. Según la información dada, ¿cuánto cuesta un kilo de pan?

- A) \$ 833,3
- B) \$ 841,6
- C) \$ 850
- D) \$ 1.375

11. Si $P = 4a + 3b$, ¿en cuánto aumenta P si a y b aumentan en 2 y 5 unidades respectivamente?
- A) En 7 unidades.
 - B) En 8 unidades.
 - C) En 15 unidades.
 - D) En 23 unidades.
12. Si un número se aumenta en 2 y a este resultado se le calcula el 20% es igual que el 30% de lo que resulta de restarle 2 al mismo número, ¿cuál es el 10% de este número?
- A) 0,01
 - B) 0,1
 - C) 1
 - D) -0,2
13. En un triángulo el ángulo menor mide 26° menos que el del medio y 28° menos que el mayor. ¿Cuánto mide el mayor de los ángulos interiores?
- A) 42°
 - B) 60°
 - C) 68°
 - D) 70°
14. En un jardín hay 31 flores entre calas, orquídeas y pensamientos. Siendo las orquídeas un tercio de los pensamientos y estos cuatro más que las calas. ¿Cuántos son los pensamientos?
- A) 5
 - B) 7
 - C) 11
 - D) 15
15. Con un hilo de 64 cm se construye un rectángulo cuyo largo mide 4 cm más que el ancho. ¿Cuál es el área de este rectángulo?
- A) 252 cm^2
 - B) 396 cm^2
 - C) 780 cm^2
 - D) 1.020 cm^2

16. Una madre reparte \$12.000 entre sus dos hijos de modo que el mayor recibió \$3.000 más que el doble de lo que recibió el otro, ¿cuánto recibió el menor?

- A) \$2.000
- B) \$3.000
- C) \$6.000
- D) \$9.000

17. Cuando uno de dos hermanos nació, el mayor tenía nueve años. Si uno de ellos tiene un año más que el doble del otro, ¿cuánto suman sus edades?

- A) 8
- B) 17
- C) 25
- D) 34

18. Las edades de dos hermanos suman 40 años y uno tiene los $\frac{3}{5}$ de los que tiene el otro.

¿Cuál es la diferencia entre sus edades?

- A) 10 años
- B) 15 años
- C) 20 años
- D) 30 años

19. Hace "a" años las edades de dos hermanos sumaban "10 a". ¿Cuál será el promedio de sus edades en "a" años más?

- A) 5,5a
- B) 6a
- C) 6,5a
- D) 7a

20. Un matrimonio tiene tres hijos: el mayor y dos gemelos. El mayor tenía dos años cuando nacieron los gemelos y actualmente sus edades suman 14 años, ¿qué edad tienen los gemelos?

- A) 2
- B) 4
- C) 5
- D) 6

21. Un peluquero en tres días de trabajo recaudó \$180.000. En el segundo día atendió a dos clientes más que en el primer día y en el tercer día atendió 4 más que en el primer día. Si a cada uno de los clientes le cobró \$6.000 por el corte, ¿cuántos atendió el segundo día?
- A) 8
B) 10
C) 12
D) 18
22. Si la arista de un cubo disminuye en 2 unidades, entonces su área disminuye en 312 unidades cuadradas. ¿Cuántas unidades mide la arista del cubo inicial?
- A) 12
B) 13
C) 14
D) 16
23. La tarifa de una compañía de electricidad consiste en un costo fijo de \$c más \$n por cada kilowatt de consumo. En un cierto mes don Arturo recibió una cuenta por \$R, entonces el número de kilowatt de consumo que tuvo ese mes es
- A) $\frac{n}{R - c}$
B) $n(R - c)$
C) $\frac{R + c}{n}$
D) $\frac{R - c}{n}$
24. Alejandra, Luis y Antonio son tres primos cuyas edades actuales y las que tenían hace cuatro años (medidas en años) se muestran en la siguiente tabla:

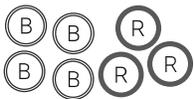
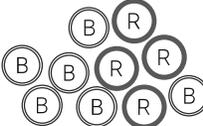
	Edades actuales	Edades hace 4 años
Antonio	a	
Luis		b + 10
Alejandra	a - b	

Si la suma de las edades actuales es 30 años y hace cuatro años Alejandra tenía un año, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La edad actual de Alejandra es 5 años.
B) Antonio tiene más de 8 años.
C) Luis tiene 9 años más que Antonio.
D) Luis hace 7 años tenía 10 años.

25. Ernesto juega a la ruleta en el casino y en ella se juegan con fichas de colores blanco y rojo (En la figura, B y R respectivamente).

En dos ocasiones que asistió al casino canjeó las fichas que le sobraron y obtuvo el dinero que se indica a continuación:

FICHAS DE CANJE	MONTO RECIBIDO
	\$21.500
	\$32.000

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) 10 fichas rojas equivalen a una blanca.
- B) La diferencia positiva entre los valores de las fichas de cada color es \$4.500.
- C) El valor de una roja equivale a un 10% de lo que vale una blanca.
- D) Cuatro fichas blancas y una roja valdrían más de \$21.000.

26. Las siguientes balanzas se encuentran en equilibrio. Si las masas que aparecen están en gramos, entonces ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) Cada pirámide tiene una masa de 100 gramos más que la de un cubo.
- B) Tres cubos tienen una masa menor que 1 kg.
- C) Ocho cubos estarían en equilibrio con seis pirámides.
- D) Cinco cubos y dos pirámides tienen una masa inferior a dos kilos.

27. Eugenio quiere hacer una completada con sus amigos, para ello compra 5 kilos de tomates y tres kilos de paltas en \$10.700. Al llegar a su casa, su madre le pregunta cuánto valían las paltas; pero él no lo recuerda, solo se acuerda que el kilo de paltas valía \$1.700 más que el kilo de tomates. Para determinar cuánto valía el kilo de paltas, le pide a sus amigos Carlos y Sebastián que le ayuden a resolver el problema, entonces ellos efectúan los siguientes planteos:

Carlos:

Paltas \$ x ; tomates \$ y el kilo

Sistema de ecuaciones:

$$5y + 3x = 10700$$

$$y = x + 1700$$

Sebastián:

Paltas \$ $(x + 1700)$; tomates \$ x el kilo

Ecuación:

$$5x + 3(x + 1700) = 10700$$

¿Cuál de ellos planteó correctamente el problema?

- A) Solo Carlos.
 B) Solo Sebastián.
 C) Ambos.
 D) Ninguno.
28. Un taller mecánico vende aceite para autos en dos formatos, bidones de dos y cinco litros cada uno. En total en el taller hay 26 bidones y 100 litros de aceite. ¿Cuántos bidones de dos litros hay?
- A) 8
 B) 10
 C) 12
 D) 16
29. Felipe compra un ramo de flores que contenía 18 claveles y 6 rosas en \$6.600. Si las rosas valen \$100 más que los claveles, ¿cuánto vale cada una de las rosas?
- A) \$200
 B) \$250
 C) \$300
 D) \$350

30. Dos libros han costado \$13.000 y el doble del precio del más barato vale \$200 más de lo que cuesta el otro. ¿Cuál es la diferencia entre los precios de ambos libros?

- A) \$2.200
- B) \$4.200
- C) \$4.400
- D) \$8.600

31. Las edades de Pablo (P años) y su hijo Andrés (A años) son tales que Andrés tiene el 60% de lo que tiene su padre y hace veinte años era solo los $\frac{7}{15}$. ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones permite resolver las edades de cada uno de ellos?

A)
$$\begin{cases} A = \frac{60}{100} P \\ A - 20 = \frac{7}{15} P \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} P = \frac{60}{100} A \\ A - 20 = \frac{7}{15} (P - 20) \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} A = \frac{60}{100} P \\ A - 20 = \frac{7}{15} (P - 20) \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} P = \frac{60}{100} A \\ P - 20 = \frac{7}{15} (A - 20) \end{cases}$$

32. En un curso de Álgebra universitaria, la nota final se obtiene considerando que el promedio de pruebas es un 60% de la nota, el promedio de controles es un 10% y el examen el 30% restante. Francisco recuerda que la nota final que obtuvo en este curso fue un 4,1, en el examen obtuvo un 4,0 y en el promedio de controles obtuvo un punto más que en el promedio de pruebas. Según la información anterior, ¿cuál fue su promedio de controles?

- A) 4,0
- B) 4,8
- C) 5,0
- D) 6,0

33. Amanda está organizando la fiesta de cumpleaños de su hijo Camilo y ha decidido invitar a todos sus compañeros de curso. Para la compra de las bebidas, nota que estas vienen en envases de 1,5 y 2,5 litros. Ella compra 29 litros y recuerda que compró dos botellas más de 2,5 que de 1,5 litros, pero no recuerda cuántas botellas compró de cada tipo, para ello le solicita a su hijo Francisco que le resuelva el problema. Para ayudar a resolver la duda de su madre, Francisco efectuó la siguiente resolución para el problema:

(1) **Planteo de incógnitas**

x: número de botellas de 1,5 L ; y: número de botellas de 2,5 L

(2) **Planteo de ecuaciones**

$$1,5x + 2,5y = 29$$

$$y = x + 2$$

(3) **Resolución del sistema de ecuaciones**

Reemplazó $y = x + 2$ en la primera ecuación: $1,5x + 2,5(x + 2) = 29$

Resolviendo, obtuvo $x = 6$, reemplazó en la segunda ecuación, concluyendo que $y = 8$.

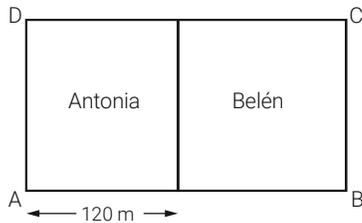
(4) **Conclusión**

La madre compró 6 botellas de 2,5 L y 8 botellas de 1,5 L.

¿En cuál de los siguientes pasos, Francisco tuvo un error?

- A) En el planteo de las incógnitas.
 B) En el planteo de las ecuaciones.
 C) En la resolución del sistema de ecuaciones.
 D) En la conclusión.
34. En una fiesta hay 12 mujeres más que hombres. Si se retiran 4 mujeres y 2 hombres, el número de hombres equivaldría a la mitad del número de mujeres. ¿Cuántos hombres había en un principio?
- A) 10
 B) 12
 C) 14
 D) 20
35. En un juego de tiro al blanco se asignan 100 puntos por cada acierto y se descuentan 50 por cada error. Si un jugador lanzó 30 veces obteniendo 1500 puntos ¿cuál fue el número de aciertos?
- A) 10
 B) 15
 C) 20
 D) 25

36. El rectángulo ABCD de la figura, representa una parcela que tiene Claudio el cual tiene un perímetro de 1040 metros; este sitio lo piensa subdividir en dos, para que sus hijas Antonia y Belén construyan en ellos. Belén solicita que al hacer la división su sitio tenga forma de cuadrado, si se accede a la petición de Belén, el frente del sitio de Antonia tendrá una longitud de 120 metros como se muestra en la figura:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) El sitio de Belén tendrá más de un 60% del sitio de Claudio.
 - B) El frente del sitio de Belén será 200 metros.
 - C) El área del sitio de Antonia será de 24.000 m².
 - D) El sitio de Claudio tiene más de 80.000 m².
37. Doña Pepa lleva 3 kg de tomates y 2 de limones en \$9.200. Si hubiese llevado 2 kg de tomates y 3 de limones le habría costado \$100 más. ¿Cuánto vale cada kilo de limones?
- A) \$1.700
 - B) \$1.800
 - C) \$1.900
 - D) \$2.100
38. Un cuadrado tiene 14 cm más de perímetro que un triángulo equilátero. Si la suma de los perímetros de ambas figuras es 26 cm, ¿cuál es el área del cuadrado?
- A) 5 cm²
 - B) 8 cm²
 - C) 20 cm²
 - D) 25 cm²

39. Dos cajas pesan 102 kilos y si se sacan 7 kilos de una y se depositan en la otra, quedan iguales. ¿Cuántos kilos tiene la más pesada?
- A) 44
B) 48
C) 58
D) 65
40. En una compra de útiles escolares, Pedro compra dos lápices de mina y cuatro de pasta en \$1.800. Si el lápiz de pasta cuesta \$150 más que el lápiz de mina, ¿qué valor tiene este último?
- A) \$200
B) \$250
C) \$350
D) \$400
41. En un campeonato de fútbol, si un equipo gana un partido recibe 3 puntos y si empata gana 1 punto. Si en 6 partidos un equipo permanece invicto con 14 puntos, ¿cuántos partidos ha ganado?
- A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
42. Las edades de Pedro y Luis están en la razón de 5 : 4 y hace tres años estaban en la razón 4 : 3. ¿Cuánto suman sus edades actuales?
- A) 21 años
B) 24 años
C) 27 años.
D) 36 años.

43. Pedro tiene \$A y su hermano Diego tiene \$B. Si Pedro le da \$200 a Diego quedan ambos con igual cantidad de dinero y si el padre de ellos le hubiese dado \$ 500 a Pedro y le hubiese quitado \$100 a Diego, entonces Pedro quedaría con el doble de lo que tendría Diego.

¿Cuál de los siguientes sistemas permite determinar el dinero que tenían inicialmente?

A)
$$\begin{cases} A + 200 = B - 200 \\ 2(A + 500) = B - 100 \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} A - 200 = B + 200 \\ 2(A + 500) = B - 100 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} A + 200 = B - 200 \\ A + 500 = 2(B - 100) \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} A - 200 = B + 200 \\ A + 500 = 2(B - 100) \end{cases}$$

44. Francisco tiene \$p en a monedas de \$50 y b monedas de \$100.

Si el total de monedas son 10, ¿cuál de los siguientes sistemas permite determinar cuántas monedas tiene de cada denominación?

A)
$$\begin{cases} a + b = 10 \\ \frac{50}{a} + \frac{100}{b} = p \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} a + b = 10 \\ 100a + 50b = p \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} a + b = 10 \\ \frac{a}{50} + \frac{b}{100} = p \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} a + b = 10 \\ 50a + 100b = p \end{cases}$$

45. Un número sumado con la mitad de la edad de Pablo da 40. Si se suman las edades de Pablo con la de su hermano Joaquín resultan 20 años y si se suma la edad de Pablo con el doble de la edad de Joaquín resulta 28 años, ¿cuál es el número?

A) 8
 B) 12
 C) 34
 D) 68

46. A continuación se muestra una tabla de valores de dos variables que están en proporcionalidad directa:

x	y
15	18
a	b
b - 1	a + 12

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) $a + b = 66$
 B) $b - a = 6$
 C) $ab = 270$
 D) $6a = 5b$
47. Juan va a comprar bebidas y papas fritas, para ello lleva \$ 3600.
 Si comprara 3 latas de bebida y 2 bolsas de papas le faltarían \$ 100 y si comprara 2 latas de bebida y 3 bolsas de papas, le sobrarian \$ 50. ¿Cuánto vuelto recibiría, si compra una bolsa de papas y una lata de bebida?

A) \$1.450
 B) \$2.150
 C) \$2.250
 D) \$2.350

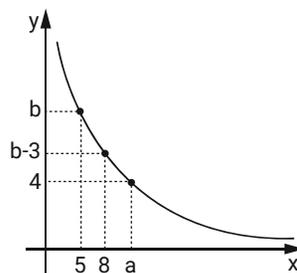
48. En un cine la entrada normal vale \$600 más que la de estudiantes.
 A una función asisten 50 personas de las cuales 10 cancelaron entrada de estudiantes, recaudándose \$114.000, ¿cuánto valía la entrada para estudiantes?

A) \$1.400
 B) \$1.800
 C) \$2.000
 D) \$2.400

49. Una empresa encargada de los equipos de aire acondicionado de una oficina, tiene una tarifa que consiste en un costo fijo más un cierto monto por cada visita que realice al mes. Se sabe que en un mes que hubo 5 visitas el cobro fue \$120.000 y al otro mes que hubo solo 3 visitas el cobro fue de \$90.000, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

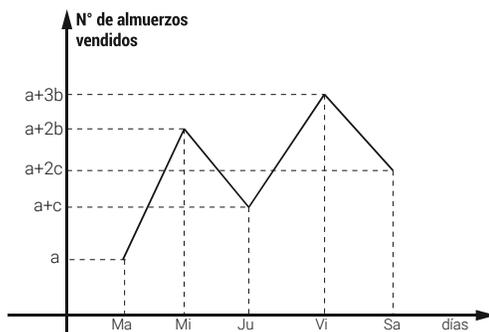
- A) El valor de cada visita es \$15.000.
- B) El costo fijo equivale al valor de tres visitas.
- C) Por 2 visitas cobrarían \$75.000.
- D) La tarifa y el número de visitas son variables directamente proporcionales.

50. El gráfico muestra la relación entre dos variables que están en proporcionalidad inversa. Según los datos dados, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) $5b = 4a$
- B) $a > b$
- C) $ab = 80$
- D) La constante de proporcionalidad es 80.

51. En la siguiente gráfica se muestran las ventas de almuerzos en un restaurante por día. Se sabe que los días martes y miércoles se vendieron en total 66 almuerzos, el miércoles y viernes se vendieron en total 120 y el viernes y sábado se vendieron en total 104.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) El jueves se vendieron 15 almuerzos.
- B) El sábado se vendieron más de 50 almuerzos.
- C) La mayor venta fue de 69 almuerzos.
- D) Siempre la venta diaria fue superior a 20 almuerzos.

52. Un número tiene dos cifras donde la cifra de las unidades es p y la de las decenas es b . Si la suma de las cifras es 5 y si al número se le suma 9 resulta el número con las cifras invertidas, ¿cuál de los siguientes sistemas permite determinar las cifras del número?

A)
$$\begin{cases} 10b + p + 9 = 10b + p \\ 10b + p = 5 \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} b + p + 9 = p + b \\ b + p = 5 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} 10p + b + 9 = 10b + p \\ b + p = 5 \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} 10b + p + 9 = 10p + b \\ b + p = 5 \end{cases}$$

53. Si a un número que tiene dos cifras se le resta la suma de sus cifras resulta 54 y si al número se le resta el que resulta al invertir sus cifras resulta 27. ¿Cuál el doble del número?

- A) 12
B) 18
C) 63
D) 126

54. x cuadernos de un mismo tipo valen $\$p$, si comprara dos más le harían un descuento de un 5%, en este caso ¿cuánto hubiese pagado?

A)
$$\frac{(x+2)p}{x} - \frac{5}{100}$$

B)
$$(0,95) \cdot \frac{(x+2)p}{x}$$

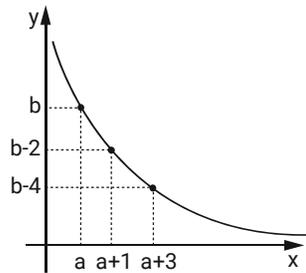
C)
$$(0,05) \cdot \frac{(x+2)p}{x}$$

D)
$$(0,95) \cdot \frac{xp}{x+2}$$

- 55.** Juan quiere instalar una enciclopedia en una biblioteca cuyos compartimientos son de igual tamaño. Al ponerla en los compartimientos se da cuenta que si coloca cuatro tomos en cada compartimiento le sobraría un tomo y si los pone de a cinco todos los compartimientos quedan llenos excepto el último que queda vacío. ¿Cuántos compartimientos tiene la biblioteca?
- A) 4
 B) 5
 C) 6
 D) 8
- 56.** En un curso, la razón entre el número de hombres y el número de mujeres es 5 : 3 y si se retiran 4 hombres y se agregan tres mujeres, la razón es 7 : 6. ¿Qué diferencia había inicialmente entre hombres y mujeres?
- A) 3
 B) 5
 C) 10
 D) 20
- 57.** Un vaso está lleno de agua, si se bota el 20% de su contenido, el vaso con el agua tendrían una masa de 320 gramos y si se hubiese botado un tercio de su contenido, habrían tenido una masa de 300 gramos. ¿Cuál es la masa del vaso?
- A) 150 gramos
 B) 160 gramos
 C) 180 gramos
 D) 200 gramos
- 58.** Patricia debe optar entre dos planes de telefonía, el plan "Prime" tiene un costo de fijo de \$1200 más \$5 por minuto hablado, mientras que el plan "Familiar" tiene un costo fijo de \$2.500 con lo que puedes hablar hasta 500 minutos; después que pases esta cantidad te cobran \$15 por cada minuto. Si el consumo de Patricia es superior a los 500 minutos, ¿a los cuántos minutos las tarifas de ambos planes serán iguales?
- A) 586
 B) 620
 C) 720
 D) No existe tal valor.

59. El largo de un rectángulo se disminuye en 10 cm y el ancho aumenta en 10 cm, obteniéndose un rectángulo que tiene 50 cm^2 más que el original. ¿Cuál es la diferencia en cm, entre los lados distintos del rectángulo original?
- A) 5
B) 10
C) 15
D) Falta información para determinarlo.

60. El gráfico de la figura corresponde al de dos variables que son inversamente proporcionales:



Según la información dada, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?

- A) 12
B) 24
C) 36
D) Falta información para determinarlo.