

## Capítulo 4

# OPERATORIA ALGEBRAICA

**Al-Juarismi**, matemático de origen persa que vivió en el siglo IX, desarrolló el Álgebra, rama de la Matemática que generaliza la Aritmética, cuyo estudio son los números y sus operaciones



### CONCEPTOS CLAVES

- **Factor o divisor**
- **Ecuación de primer grado**
- **Productos notables**
- **Sistemas de ecuaciones**
- **Factorización**

**PRODUCTOS NOTABLES**

Los productos notables más importantes son los siguientes:

Suma por su diferencia	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
Cuadrado de binomio	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Producto de binomios con término común	$(ax + b)(ax + c) = (ax)^2 + (b + c)ax + bc$
Cuadrado de trinomio	$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$
Cubo de binomio	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ; $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

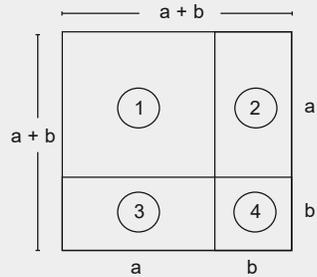
**Visualización geométrica de algunos productos notables:**

- **Cuadrado de binomio:**  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

El cuadrado de lado  $a + b$  se ha dividido en cuatro sectores cuyas áreas son las siguientes:

Área 1:  $a^2$ , Área 2:  $ab$ , Área 3:  $ab$ , Área 4:  $b^2$ .

Por lo tanto:  $(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$ , de donde se concluye que  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

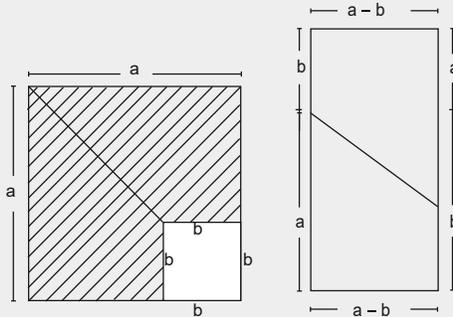


- **Suma por su diferencia:**  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

En la figura de la izquierda se tienen dos cuadrados de lados  $a$  y  $b$  respectivamente.

Si esta figura se recorta, se puede formar el rectángulo de la derecha, cuyos lados son  $(a + b)$  y  $(a - b)$ .

Por lo tanto el área sombreada de la izquierda:  $a^2 - b^2$  es igual al área del rectángulo de la derecha  $(a + b)(a - b)$ , por lo tanto  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ .

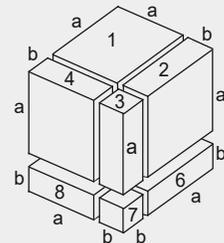


- **Cubo de binomio:**  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

El cubo de arista  $(a + b)$  de la figura, se ha dividido en 8 cuerpos, los volúmenes de cada uno de ellos son los siguientes:

$V1 = a^3$ ,  $V2 = a^2b$ ,  $V3 = ab^2$ ,  $V4 = a^2b$ ,  $V5 = a^2b$ ,  $V6 = ab^2$ ,  $V7 = b^3$  y  $V8 = ab^2$ .

La suma de los 8 volúmenes sería igual al volumen del cubo inicial que es  $(a + b)^3$ , con lo que se concluye que  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$



## ✓ FACTORIZACIÓN

La factorización consiste en expresar sumas y restas en productos.

Las factorizaciones que más se utilizan son las siguientes:

Diferencia de cuadrados	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
Factorización de trinomio cuadrático	$x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$ , con $p + q = b$ y $pq = c$
Suma de cubos	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
Diferencia de cubos	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

4

## ✓ ECUACIÓN DE PRIMER GRADO

Supongamos que tenemos la ecuación de primer grado  $ax - b = 0$ , al despejar  $x$ , obtenemos que  $x = \frac{b}{a}$ , entonces tenemos tres casos:

- Si  $a \neq 0$  y  $b = 0$ , entonces  $x = 0$ .
- Si  $a \neq 0$ , entonces  $x$  tiene una única solución.
- Si  $a = b = 0$ , entonces  $x$  tiene infinitas soluciones.

## ✓ SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas es de la forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \text{ donde } a, b, c, a', b' \text{ y } c' \text{ son números reales y } x \text{ e } y \text{ son las soluciones.}$$

Al encontrar las soluciones para "x" y para "y" lo que estamos encontrando es el punto donde se intersectan las rectas cuyas ecuaciones son las que aparecen en el sistema.

En el siguiente capítulo veremos los métodos de reducción, igualación y sustitución que permiten resolver este tipo de sistemas.



### ATENCIÓN

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podrás encontrar material como:

- Clases con contenidos
- Videos con resolución de ejercicios
- Mini Ensayos - Ensayos y ..... ¡mucho más!



**EJERCICIOS RESUELTOS**

1. Si  $a - 2b + 3 = 0$ , entonces  $a^2 + 4b^2 - 3a + 6b - 4ab =$

- A) -18
- B) 0
- C) 15
- D) 18

**Solución:**

La expresión dada, la podemos factorizar por agrupación, para ello la ordenamos conveniente:

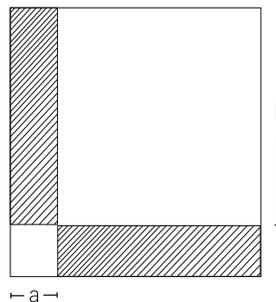
$a^2 - 4ab + 4b^2 - 3a + 6b$ , los tres primeros términos corresponden al desarrollo de un cuadrado de binomio:

$a^2 - 4ab + 4b^2 = (a - 2b)^2$ , mientras que la expresión restante:  $-3a + 6b$ , la podemos factorizar por  $-3$ , lo que nos queda  $-3(a - 2b)$ .

Entonces,  $a^2 - 4ab + 4b^2 - 3a + 6b = (a - 2b)^2 - 3(a - 2b)$ , pero  $a - 2b + 3 = 0$ , o equivalentemente  $a - 2b = -3$ , reemplazando este valor en  $(a - 2b)^2 - 3(a - 2b)$ , se obtiene  $(-3)^2 - 3 \cdot -3 = 18$

2. La figura está formada por dos cuadrados de lados  $a$  y  $b$  y dos rectángulos sombreados. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** corresponde al área sombreada?

- A)  $(a + b)^2 - (a^2 + b^2)$
- B)  $2(a + b)b - 2b^2$
- C)  $2a(a + b) - a^2$
- D)  $\frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{2}$



**Solución:**

Observa que los lados del cuadrado grande miden  $a+b$ , por lo que su área es  $(a+b)^2$  y si a esta área le restamos las áreas de los cuadrados blancos obtenemos el área sombreada, entonces

área sombreada  $= (a + b)^2 - a^2 - b^2 = (a + b)^2 - (a^2 + b^2)$  luego A) es verdadera.

Observa que el área de la figura sombreada corresponde al área de dos rectángulos de lados  $a$  y  $b$ , luego su área es  $2ab$ , esto lo ocuparemos para analizar cuál de las alternativas nos conducen a este valor.

En B) si desarrollamos la expresión  $2(a + b)b - 2b^2 = 2ab + 2b^2 - 2b^2 = 2ab$ , luego es correcta.

En C) si desarrollamos  $2a(a + b) - a^2 = 2a^2 + 2ab - a^2 = a^2 + 2ab$ , como esto no es equivalente a  $2ab$ , esta alternativa no corresponde al área sombreada.

Ahora desarrollaremos la expresión de la alternativa D)

$$\frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)}{2} = 2ab \text{ lo que corresponde al área sombreada.}$$

3. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** es un factor de  $(a - b)^3 + 2b(a - b)^2$ ?

- A)  $ab$
- B)  $a + b$
- C)  $a - b$
- D)  $a^2 - b^2$

**Solución:**

La expresión  $(a - b)^3 + 2b(a - b)^2$ , se puede factorizar por el factor común  $(a - b)^2$ , entonces nos queda:  
 $(a - b)^2(a - b + 2b) = (a - b)^2(a + b)$ , observa que esta última expresión tiene como factores o divisores a las siguientes expresiones:  $(a - b)$ ,  $(a + b)$  o  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ , sin embargo  $ab$  no es uno de los factores, luego la alternativa A) no es un factor de la expresión dada.

4. Las aristas de dos cubos miden respectivamente  $(a+b)$  y  $(a-b)$  unidades.

¿Cuál es la diferencia, en ese orden, en unidades cúbicas, entre sus volúmenes?

**Solución:**

El volumen de cubo de arista  $a$  es  $a^3$ , por lo tanto el volumen del primer cubo es  $(a + b)^3$ , según el producto notable de un cubo de binomio, tenemos que

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ , mientras que el volumen del segundo cubo es

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ , restando ambos volúmenes, tenemos:

$(a + b)^3 - (a - b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) = 6a^2b + 2b^3 = 2b(3a^2 + b^2)$ .

5. Si  $(1, -2)$  es solución del sistema de ecuaciones  $\begin{cases} p(x + 1) - 2q(y + 3) = 14 \\ p(x + 2) + q(y - 2) = 26 \end{cases}$ , entonces  $p + q =$

- A)  $-7$
- B)  $-3$
- C)  $5$
- D)  $7$

**Solución:**

Si reemplazamos  $x$  por  $1$  e  $y$  por  $-2$  en el sistema de ecuaciones, obtenemos:

$\begin{cases} 2p - 2q = 14 \\ 3p - 4q = 26 \end{cases}$  multiplicamos la primera ecuación por  $-2$  (para que los coeficientes de  $q$  queden opuestos):

$\begin{cases} -4p + 4q = -28 \\ 3p - 4q = 26 \end{cases}$ , sumando ambas ecuaciones, obtenemos  $p = 2$ , reemplazando en la segunda ecuación se

tiene que  $6 - 4q = 26 \rightarrow q = -5$ , entonces  $p + q = -3$ , respuesta B).



Visita nuestro portal educativo

## EJERCICIOS DE PRÁCTICA

1.  $(x - y)^2 - (2x + y)^2 =$

- A)  $-3x^2 - 6xy + 2y^2$
- B)  $-3x^2 + 2y^2$
- C)  $-3x^2$
- D)  $-3x(x + 2y)$

2. ¿Cuánto vale  $a^2 - ab + b^2$ , si  $a = -2$  y  $b = -1$ ?

- A)  $-5$
- B)  $1$
- C)  $3$
- D)  $7$

3.  $x - 2 - (x - (x + 2)) =$

- A)  $x$
- B)  $-x$
- C)  $-x - 4$
- D)  $x - 4$

4. Si  $x = 2$  e  $y = -1$ , entonces el valor numérico de  $2x - (x - y - (x - y - (x + y)))$  es

- A)  $-1$
- B)  $1$
- C)  $3$
- D)  $4$

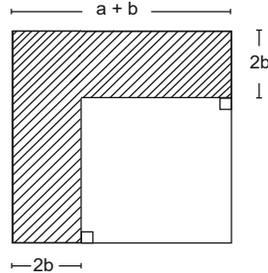
5. Si  $(a - 2b)^2 = a^2 - 4ab + 2mb$ , entonces  $m =$

- A)  $b$
- B)  $-b$
- C)  $2b$
- D)  $-2b$

6. Si  $R = x^2 + 2ax + 2a^2$ , ¿cuál de las siguientes expresiones se puede factorizar como un cuadrado de binomio?

- A)  $R + 2a^2$
- B)  $R - 2a^2$
- C)  $R + 2a(x + a)$
- D)  $R - a(2x + a)$

7. Si en la figura se tiene un cuadrado de lado  $(a + b)$ , entonces ¿cuál de las siguientes expresiones **NO** corresponde al área sombreada?



- A)  $2ab$
- B)  $2a(a + b) - 2a(a - b)$
- C)  $2b(a + b) + 2b(a - b)$
- D)  $(a + b)^2 - (a - b)^2$

8.  $(2x - z)^2 - (x + z)^2 - (x - z)(x + z) =$

- A)  $2x^2 + z^2$
- B)  $2x^2 - z^2$
- C)  $2x^2 - 6xz - z^2$
- D)  $2x^2 - 6xz + z^2$

9. Anita es una profesora que tiene  $(a^3 - b^3)$  dulces y los repartirá entre sus  $(a - b)$  estudiantes, entonces los dulces que recibe cada uno es

- A)  $a^2 - ab + b^2$
- B)  $a^2 + 2ab + b^2$
- C)  $a^2 + ab + b^2$
- D)  $a^2 - 2ab + b^2$

10. Dada la igualdad,  $P = 2S + kT$ , entonces  $P^2 - 2PkT + k^2T^2 =$

- A)  $2S$
- B)  $2S^2$
- C)  $4S^2$
- D)  $-4S^2$

11. Ely debe desarrollar la expresión,  $(x - 2y)^2 - (x + 3y)^2$ , los pasos que realiza son los siguientes:

$$\begin{array}{l}
 \text{Paso 1} \quad (x - 2y)^2 - (x + 3y)^2 \\
 \text{Paso 2} \quad = (x^2 - 4xy + 4y^2) - (x + 3y)^2 \\
 \text{Paso 3} \quad = (x^2 - 4xy + 4y^2) - (x^2 + 6xy + 9y^2) \\
 \text{Paso 4} \quad = x^2 - 4xy + 4y^2 - x^2 - 6xy + 9y^2 \\
 \quad \quad \quad = -10xy + 13y^2
 \end{array}$$

Al desarrollar la expresión, ¿en cuál de los pasos cometió un error?

- A) Paso 1
  - B) Paso 2
  - C) Paso 3
  - D) Paso 4
12. Si  $4p^2 - 4q^2 = 72$  y  $\frac{p - q}{3} = 1$ , entonces  $p + q =$

- A) 6
- B) 9
- C) 12
- D) 15

13. Si  $a = -4$ ,  $a = 2c$  y  $a^2 - 2ac + 3bc = 12$ , entonces  $b =$

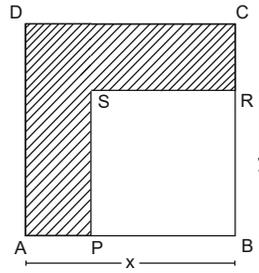
- A) -10
- B) -2
- C) 2
- D) 10

14. Los lados de un cuadrado de lado  $a$  unidades se aumentan en  $m$  unidades, entonces el aumento del área del cuadrado equivale al área de

- A) un rectángulo de lados  $m$  y  $(a + m)$  unidades.
- B) un rectángulo de lados  $m$  y  $(2a + m)$  unidades.
- C) un cuadrado de de lado  $m$  unidades.
- D) un cuadrado de lado  $(a - m)$  unidades.

15. En la figura, ABCD y PBR S son cuadrados, ¿cuál de las siguientes expresiones **NO** representa el área de la figura sombreada?

- A)  $x^2 - y^2$   
 B)  $(x - y)y + (x - y)x$   
 C)  $(x - y)^2 + 2y(x - y)$   
 D)  $(x + y)^2 - 2y(x - y)$



16. La factorización de la expresión  $x^2 - y^2 - 3x - 3y$  es

- A)  $(x - y)(x + y - 3)$   
 B)  $(x + y)(x - y + 3)$   
 C)  $(x + y)(x - y - 3)$   
 D)  $(x - y)(x - y + 3)$

17. Si  $x - y = 4$ , entonces  $3 - 2x + 2y =$

- A) - 5  
 B) 4  
 C) 5  
 D) 11

18. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** es factor de  $x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$ ?

- A)  $x + y$   
 B)  $(x + y)^2$   
 C)  $x^2 - y^2$   
 D)  $x^2 + y^2$

19. Si  $a - b = 5$ , entonces  $a^2 + 3a + b^2 - 2ab - 3b =$

- A) 10  
 B) 30  
 C) 40  
 D) Falta información para determinarlo.

20. ¿Cuál de las siguientes expresiones se debe sumar a  $x^4 + 4y^2$  para que se forme un trinomio perfecto?

- A)  $-2xy$
- B)  $2x^2y$
- C)  $-4x^2y$
- D)  $4xy^2$

21. Un número tiene dos cifras, siendo la cifra de las unidades  $a$  y la de las decenas  $b$ , entonces ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde al cuadrado del número?

- A)  $a^2b^2$
- B)  $100b^2 + a^2$
- C)  $100a^2 + 20ab + b^2$
- D)  $100b^2 + 20ab + a^2$

22. Antonia debe desarrollar la expresión,  $(x + 2y)^2 - 2(x - y)^2$ , los pasos que realiza son los siguientes:

$$\begin{array}{l}
 \text{Paso 1} \quad (x + 2y)^2 - 2(x - y)^2 \\
 \text{Paso 2} \quad = (x^2 + 4xy + 4y^2) - 2(x - y)^2 \\
 \text{Paso 3} \quad = (x^2 + 4xy + 4y^2) - (2x - 2y)^2 \\
 \text{Paso 4} \quad = x^2 + 4xy + 4y^2 - (4x^2 - 8xy + 4y^2) \\
 \quad \quad \quad = -3x^2 + 12xy
 \end{array}$$

Al desarrollar la expresión, ¿en cuál de los pasos cometió un error?

- A) Paso 1
- B) Paso 2
- C) Paso 3
- D) Paso 4

23. Santiago elige un número entero positivo cualquiera mayor que uno, lo eleva al cubo y esto lo resta con el número inicial, con respecto a la resta obtenida, ¿cuál de las siguientes afirmaciones **NO** es siempre verdadera?

- A) es un número par.
- B) es un múltiplo de 3.
- C) es un múltiplo de 5.
- D) es el producto de tres números consecutivos.

24. Dos ecuaciones se dicen equivalentes si tienen el mismo conjunto solución, ¿cuál de las siguientes ecuaciones **NO** es equivalente a la ecuación  $0,1x - 0,2 = 5x$ ?

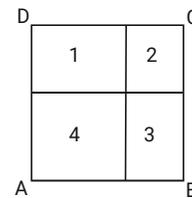
- A)  $x - 2 = 50x$   
 B)  $-0,2 = 4,9x$   
 C)  $10x = 500x + 2$   
 D)  $49x = -2$

25. Si para todo valor de  $x$  se cumple que  $(x + a)(x - b) = x^2 + 10x + c$ , con  $a$ ,  $b$  y  $c$  números enteros distintos de cero y  $c < 0$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A)  $a > b$   
 B)  $ab > 0$   
 C)  $b - a = -10$   
 D)  $a^2 > b^2$

26. En la figura, ABCD es un cuadrado que se ha dividido en 4 figuras, donde la 2 y la 4 son cuadrados. Si el área de ABCD es  $(4a^2 + 4ab + b^2)$  y el área de la fig. 2 es  $b^2$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) El área de la fig. 4 es  $a^2$ .  
 B) El área de la fig. 1 es  $ab$ .  
 C) Las figs. 1 y 3 tienen distinta área.  
 D) La diferencia entre las áreas de las figs. 4 y 2 es  $(2a + b)(2a - b)$ .



27. El área de un rectángulo es  $(2x^2 + 5x + 3)$  donde el largo mide  $(2x + 3)$  unidades. Si el largo aumenta en 2 unidades y el ancho en una, entonces el área del rectángulo aumenta en 27 unidades cuadradas. ¿Cuánto mide el ancho del rectángulo original?

- A) 5 unidades  
 B) 6 unidades  
 C) 7 unidades  
 D) 13 unidades

28. Sea la ecuación en  $x$ ,  $ax - a^2 = bx - b^2$ , con  $a \neq b$ , entonces la solución de la ecuación es  $x =$

- A)  $a - b$
- B)  $a + b$
- C)  $\frac{b}{a}$
- D)  $b - a$

29. Si  $2^a \cdot 2^b = 8$  y  $\frac{2^a}{2^b} = \frac{1}{4}$ , entonces  $\frac{b}{a} =$

- A)  $\frac{1}{5}$
- B)  $\frac{1}{2}$
- C) 5
- D) 2

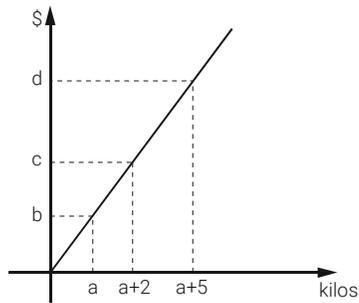
30.  $(1, -2)$  es solución del sistema de ecuaciones  $\left. \begin{array}{l} 2px + (q - 1)y = 2 \\ px + 2y = 5 \end{array} \right\}$ , entonces  $p + q =$

- A) 8
- B) 9
- C) 16
- D) 18

31. Si  $(2, 3)$  es solución del sistema de ecuaciones  $\left. \begin{array}{l} ax + (b - 1)y = 2 \\ 4x - (b + 2)y = 5 \end{array} \right\}$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A)  $a = 4$
- B)  $a + b = 3$
- C)  $a - b = 2$
- D)  $a - 3b = 7$

32. En el gráfico de la figura, se muestra la relación entre el precio (eje vertical) y el número de kilos de pan (eje horizontal), según la información obtenida ayer en la panadería más cercana:

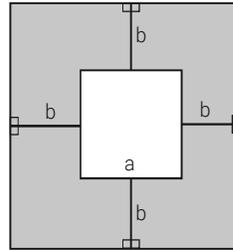


Según este gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones **no** es siempre verdadera?

- A)  $\frac{c}{a+2} = \frac{b}{a}$
- B)  $c - b = 2$
- C) 1 kilo cuesta  $\frac{b}{a}$  pesos.
- D) 3 kilos cuestan  $(d - c)$  pesos.
33. Sea el binomio,  $x^2 + \frac{25}{4}$ , ¿cuál de las siguientes expresiones hay que sumar a este binomio para que se convierta en un trinomio cuadrado perfecto?
- A)  $\frac{5}{2}x$
- B)  $-\frac{5}{2}x$
- C)  $-5x$
- D)  $10x$
34. En un patio rectangular se instala una piscina rectangular, dejando una franja constante alrededor de ella de 2 metros. Si esta franja tiene un área de  $40 \text{ u}^2$ , entonces el perímetro del patio es
- A) 7 u
- B) 14 u
- C) 21 u
- D) 28 u

35. En la figura, se tienen dos cuadrados de lados respectivamente paralelos, con la información dada, ¿cuál de las siguientes opciones **no** corresponde al área sombreada?

- A)  $(a + 2b)^2 - a^2$
- B)  $4b(a + b)$
- C)  $4ab + 2b^2$
- D)  $2b(a + 2b) + 2ab$



36. Pedro y Antonio son vecinos y sus sitios tienen forma rectangular de modo que tienen un fondo de  $b$  metros y el frente del sitio Antonio tiene  $a$  metros. Si el frente del sitio de Pedro tiene 10 metros más, ¿cuál de las siguientes afirmaciones **no** se puede deducir de la información dada?

- A) El sitio de Pedro tiene un área de  $(10b)$  m<sup>2</sup> más que el de Antonio.
- B) Los dos sitios tienen en total un área de  $b(2a + 10)$  m<sup>2</sup>.
- C) Si cada uno cierra sus sitios por sus cuatro costados, considerando que el lado común se cierra por ambos lados, entonces el cierre de Pedro tiene 10 m más que el de Antonio.
- D) El área del sitio de Antonio equivale a un  $\frac{a}{a+10}$  100 % del área del sitio de Pedro.

37. Se tiene que  $2^a = \frac{16}{2^{-b}}$  y  $4^{a+b} = 32$ , entonces  $a^2 - b^2 =$

- A) 5
- B) 10
- C) 20
- D) 50

38. En un rectángulo, el largo y el ancho miden  $(2x - 3)$  y  $(x + 2)$  unidades respectivamente con  $x > 5$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) El área es  $(2x^2 + x - 6)$  unidades cuadradas.
- B) El perímetro es  $(6x - 2)$  unidades.
- C) La diagonal mide  $\sqrt{5x^2 - 8x + 13}$  unidades.
- D) El largo excede al ancho en  $(x - 1)$  unidades.

39. Si  $a + b = 2p$  y  $a^2 + b^2 = 2p^2$ , entonces  $ab =$

- A)  $p^2$
- B)  $-p^2$
- C)  $p$
- D)  $2p^2$

40. Sea la ecuación en  $x$ ,  $ax = p + bx$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Si  $p = 0$  y  $a \neq b$ , entonces  $x = 0$ .
- B) Si  $p = 0$  y  $a = b$ , entonces la ecuación tiene infinitas soluciones.
- C) Si  $a \neq b$ , entonces la ecuación tiene una única solución.
- D) Si  $a = b$  y  $p \neq 0$ , entonces la ecuación tiene una única solución.

41. ¿Cuál de los siguientes pares ordenados corresponde a la solución del sistema de ecuaciones  $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 5x + 4y = 6 \end{cases}$ ?

- A) (5, 1)
- B) (2, -1)
- C) (6, -6)
- D) (-4, -5)

42. Sea el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A)  $0 < x + y < 1$
- B)  $x > y$
- C)  $x + y < 1$
- D)  $xy > 0$

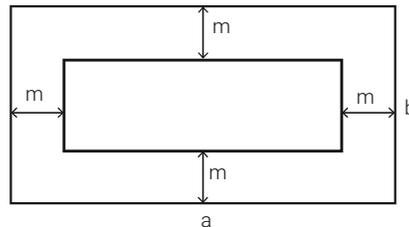
43. Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  números racionales tales que para cualquier valor racional de  $x$  se cumple la igualdad  $(2x - 5)(x + 2) = 2x^2 - (a + b)x + c$ , entonces  $ac + bc =$

- A) 10
- B) -10
- C) -30
- D) 30

44. El área de un cuadrado es  $(a^2 + 6a + 9)$  unidades cuadradas, si el lado aumenta en 2 unidades, entonces una expresión que representa la variación del área del nuevo cuadrado con respecto al área del cuadrado original en unidades cuadradas, es

- A)  $4a + 16$
- B)  $10a + 25$
- C)  $a^2 + 10a + 25$
- D) 16

45. En un patio rectangular de dimensiones  $a$  y  $b$  metros, se ha instalado una piscina rectangular, dejando una franja embaldosada de ancho constante de  $m$  metros, tal como se muestra en la figura, ¿cuántos  $m^2$  tiene esta zona?



- A)  $2m(2m - a - b)$   
 B)  $m(a + b - m)$   
 C)  $2m(a + b - 2m)$   
 D)  $2m(a + b - m)$
46. Si  $a + b = -c$ , entonces  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac =$
- A) 0  
 B)  $c^2$   
 C)  $2c^2$   
 D)  $-2c^2$
47. Sean  $a$  y  $b$  números racionales, tales que  $\frac{a}{b} < 0$  y  $a+b \neq 0$ . Si  $M = a^2 + b^2$ ;  $N = (a + b)^2$ ; y  $P = \frac{a^3 + b^3}{a+b}$ , entonces al ordenarlos de menor a mayor, resulta:
- A)  $M < N < P$   
 B)  $N < M < P$   
 C)  $N < P < M$   
 D)  $P < M < N$
48. Si  $a + b = 3$ ,  $b + c = 4$  y  $a + c = 5$ , entonces  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac =$
- A) 12  
 B) 24  
 C) 36  
 D) 144
49. Si  $a + b + c = 0$ , con  $a, b$  y  $c$  reales distintos de cero, entonces  $\frac{b+c}{a} + \frac{a+b}{c} + \frac{a+c}{b} =$
- A) 0  
 B) 3  
 C) -3  
 D) -1

50. Si  $a + b = 6$  y  $ab = 3$ , entonces  $a^2 + b^2 =$

- A) 26
- B) 30
- C) 36
- D) 42

51. Se tiene que  $a^2 + ab - 2b^2 = 18$  y  $a - b = 6$ , entonces  $a^2 - b^2 =$

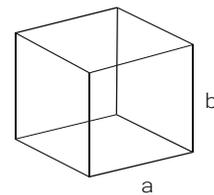
- A) 3
- B) 6
- C) 12
- D) 24

52. El largo y el ancho de un rectángulo miden  $(2x + 3)$  y  $(x - 2)$  metros respectivamente, con  $x > 2$ . Si el largo disminuye en 2 metros y el ancho en 1 metro, entonces la variación del área del nuevo rectángulo respecto del primero, en metros cuadrados es

- A)  $4x + 3$
- B)  $3 - 4x$
- C) 2
- D) 3

53. En el prisma recto de base cuadrada de la figura, la arista basal mide  $a$  unidades y la arista lateral mide  $b$  unidades. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** corresponde a su área en unidades cuadradas?

- A)  $2a(a + 2b)$
- B)  $a^2 - 4b^2 + (a + 2b)^2$
- C)  $2((a + b)^2 - b^2)$
- D)  $2(a + b)^2 - b^2$



54. Si  $a + b = 2$  y  $a^2 + b^2 = 6$ , entonces  $a^3 + b^3 =$

- A) 10
- B) 12
- C) 14
- D) 18

55. Si  $(a + b)^2 = n$  y  $(a - b)^2 = p$ , entonces  $ab =$

A)  $n - p$

B)  $\frac{n - p}{4}$

C)  $\frac{p - n}{4}$

D)  $\frac{n + p}{4}$

56. Si  $m^2 + n^2 = 25p^2$  y  $mn = 12p^2$ , con  $p \neq 0$ , y  $m \neq n$ , entonces  $\left(\frac{m+n}{m-n}\right)^2 =$

A)  $-7p$

B)  $7p$

C)  $7$

D)  $49$

57. Un cordel que mide "L" metros de largo se corta en dos trozos donde uno de ellos mide "a" metros.

Si con cada uno de estos trozos se formó un cuadrado, entonces la suma de las áreas de estos cuadrados, medida en  $m^2$  es

A)  $2a^2 + L^2$

B)  $2a(a - L) + L^2$

C)  $\frac{L(2a - L)}{16}$

D)  $\frac{2a(a - L) + L^2}{16}$

58. Si  $a^3 - b^3 = 36$  y  $a - b = 6$ , entonces  $ab =$

A)  $-10$

B)  $10$

C)  $14$

D)  $36$

59. En un rectángulo, su diagonal mide 25 unidades y su perímetro es 62 unidades, ¿cuál es su área, medida en unidades cuadradas?

- A) 42
- B) 84
- C) 168
- D) 1609,5

60.  $a$ ,  $b$  y  $p$  son números, tales que  $a < b$  y  $p > 0$ . Si  $a + b = 4p$  y  $ab = 2p^2$ , entonces  $\frac{a+b}{a-b} =$

- A) 1
- B) 2
- C)  $-\sqrt{2}$
- D)  $\sqrt{2}$