Capítulo 3

POTENCIAS Y RAÍCES

El símbolo de raíz cuadrada lo utilizó por primera vez en 1525 el matemático polaco **Cristoph Rudolff**. En un principio era una “r” de “root” (raíz en inglés) que con el transcurso de los años se fue transformando.

CONCEPTOS CLAVES

- Base y exponente
- Conversión entre potencia y raíz
- Ecuaciones exponenciales
- Racionalización

3

DEFINICIONES

Definición de potencia

Si a es un número real y n es un número entero positivo, entonces la potencia a^n se define como el producto $a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a$ (n − veces).
También se define $a^0 = 1$ y $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $(a \neq 0)$.

Definición de potencia de exponente fraccionario
Una potencia de exponente fraccionario es equivalente a una raíz:

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

PROPIEDADES

1. Producto de potencias de igual base

$A^m \cdot A^n = A^{m+n}$

2. División de potencias de igual base

$\frac{A^n}{A^m} = A^{n-m}$

3. Potencia de potencia

$(A^n)^m = A^{nm}$

4. Producto de potencias de igual exponente

$A^n \cdot B^n = (AB)^n$

5. División de potencias de igual exponente

$\frac{A^n}{B^n} = \left(\frac{A}{B}\right)^n$

6. Igualdad de potencias

$A^n = B^n \rightarrow A = B$ (con $A \neq 0$, $A \neq 1$, $B \neq 0$, $B \neq 1$)

7. Eliminación de raíz

$\sqrt[n]{A^n} = |A|$. Si $A > 0$, se tiene que $\sqrt[n]{A^n} = A$

8. Producto de raíces de igual índice

$\sqrt[n]{A} \cdot \sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{AB}$

9. División de raíces de igual índice

$\frac{\sqrt[n]{A}}{\sqrt[n]{B}} = \sqrt[n]{\frac{A}{B}}$

10. Amplificación y simplificación de índice con exponente

$\sqrt[nm]{A^{mp}} = \sqrt[n]{A^p}$; $\sqrt[n]{A^p} = \sqrt[nm]{A^{mp}}$

11. Raíz de raíz

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{A}} = \sqrt[nm]{A}$

12. Ingreso de factor dentro de una raíz

$A \cdot \sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A^n \cdot B}$ ($A > 0$ si n es par)

(*) Se entenderá la validez de las propiedades siempre que las raíces existan, es decir si están definidas en los reales.

3

RACIONALIZACIÓN

La racionalización consiste en eliminar las raíces que están en el denominador de una expresión fraccionaria. Veremos acá solo los casos más utilizados.

A) En el denominador aparece solo una raíz cuadrada y no hay adiciones ni sustracciones. Para eliminar la raíz del denominador, se amplifica por la misma raíz que aparece.

Ejemplo:

Racionalizar $\frac{4}{\sqrt{8}}$

Amplificamos la fracción por $\sqrt{8}$ $\cdot \frac{4\cdot\sqrt{8}}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}} = \frac{4\sqrt{8}}{8} = \frac{\sqrt{8}}{2} = \frac{\sqrt{4\cdot 2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

B) En el denominador aparecen adiciones y sustracciones donde uno o ambos términos son raíces cuadradas. En este caso, se amplifica la fracción de modo de formar una suma por su diferencia.

Ejemplo:

Racionalizar $\frac{9}{3-\sqrt{3}}$

Amplificamos la fracción por $3+\sqrt{3}$ para formar una suma por su diferencia.

$$\frac{9\cdot(3+\sqrt{3}\,)}{(3-\sqrt{3}\,)\cdot(3+\sqrt{3}\,)} = \frac{9\cdot(3+\sqrt{3}\,)}{3^2-(\sqrt{3}\,)^2} = \frac{9\cdot(3+\sqrt{3}\,)}{6} = \frac{3\cdot(3+\sqrt{3}\,)}{2}$$

C) En el denominador aparece solo una raíz de índice superior a dos y no hay adiciones ni sustracciones. Para eliminar la raíz del denominador, se amplifica por una raíz del mismo índice de la que aparece, con un exponente tal que al sumar con el exponente de la raíz que aparece resulte un múltiplo del índice.

Ejemplo:

Racionalizar $\frac{10}{\sqrt[3]{2^4}}$

Amplificamos la fracción por $\sqrt[3]{2^2}$, así al multiplicar ambas raíces se eliminará la raíz que aparece.

$$\frac{10\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^4}\cdot\sqrt[3]{2^2}} = \frac{10\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^6}} = \frac{10\cdot\sqrt[3]{2^2}}{2^2} = \frac{5\cdot\sqrt[3]{2^2}}{2}$$

ATENCIÓN

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podras encontrar material como:

- **Clases con contenidos**
- **Videos con resolución de ejercicios**
- **Mini Ensayos - Ensayos y .... ¡mucho más!**

EJERCICIOS RESUELTOS

1. $\dfrac{3^{27} - 3^{25}}{2^{29} - 2^{27}} =$

Solución:

Cuando se tiene una suma o una resta de potencias de igual base, se debe factorizar por la menor potencia.
En la diferencia $3^{27} - 3^{25}$, se factoriza por el factor 3^{25}, entonces nos queda, $3^{25} \cdot (3^2 - 1)$.
En la diferencia que se ubica en el denominador, factorizamos por 2^{27}, entonces resulta $2^{27} \cdot (2^2 - 1)$, por lo que la fracción dada queda de la forma:

$\dfrac{3^{27} - 3^{25}}{2^{29} - 2^{27}} = \dfrac{3^{25}(3^2 - 1)}{2^{27}(2^2 - 1)} = \dfrac{3^{25} \cdot 8}{2^{27} \cdot 3} = \dfrac{3^{25} \cdot 2^3}{2^{27} \cdot 3} = \dfrac{3^{25} \cdot 2^3}{3 \cdot 2^{27}} = \dfrac{3^{24}}{2^{24}}$, o bien $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{24}$ (prop. 5)

2. Si $3^{x+5} - 3^{x+3} = 72$, determina el valor de x.

Solución:

Al igual que en el ejemplo 1, la diferencia de potencias $3^{x+5} - 3^{x+3}$ se puede calcular factorizando por 3^{x+3}:

$3^{x+3}(3^2 - 1) = 72$

$3^{x+3} \cdot 8 = 72$ /: 8

$3^{x+3} = 9$

$3^{x+3} = 3^2$, entonces $x + 3 = 2$ (prop. 6)

por lo tanto $x = -1$

3. $\dfrac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[6]{2}} =$

Solución:

Como las raíces que aparecen tienen distinto índice, se pueden igualar amplificando el índice con el exponente (prop. 10), igualando todos los índices a su m.c.m que es 6:

En $\sqrt[3]{2^1}$, se amplifica el índice y el exponente por 2, $\sqrt[3]{2^1} = \sqrt[6]{2^2}$, en $\sqrt{2}$ se amplifican por 3, $\sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3}$.

Por lo que la expresión dada es equivalente a: $\dfrac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[6]{2}} = \dfrac{\sqrt[6]{2^2} \cdot \sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[6]{2}}$, por propiedades 8 y 9:

$\dfrac{\sqrt[6]{2^2} \cdot \sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[6]{2}} = \sqrt[6]{\dfrac{2^2 \cdot 2^3}{2}} = \sqrt[6]{\dfrac{2^5}{2}}$, por prop. 2: $\sqrt[6]{\dfrac{2^5}{2}} = \sqrt[6]{2^4}$, simplificando el índice y el exponente, (prop.10) resulta $\sqrt[3]{2^2}$.

4. Si $m > 0$ y $m > n$, entonces $\sqrt{4m^2 - 4mn + n^2} - \sqrt{n^2 - 2mn + m^2} =$

Solución:

La expresión $\sqrt{4m^2 - 4mn + n^2}$ se puede poner de la forma: $\sqrt{(2m - n)^2}$, como $m > 0$ y $m > n$, se tiene que $2m > n$, por lo que $2m - n > 0$, por prop. 7; $\sqrt{(2m - n)^2} = 2m - n$.

La expresión $\sqrt{n^2 - 2mn + m^2}$ es equivalente a $\sqrt{(n - m)^2}$ pero $m > n$, por lo que $n - m < 0$, por prop. 7, $\sqrt{(n - m)^2} = |n - m| = m - n$.

Entonces $\sqrt{4m^2 - 4mn + n^2} - \sqrt{n^2 - 2mn + m^2} = (2m - n) - (m - n) = 2m - n - m + n = m$.

EJERCICIOS DE PRÁCTICA

Visita nuestro portal educativo

3

1. $3^3 + 3^3 + 3^3 =$

A) 3^4
B) 3^9
C) 9^3
D) 9^9

2. $2^{10} + 2^{11} =$

A) 2^{21}
B) 4^{21}
C) 6^{10}
D) $3 \cdot 2^{10}$

3. $(0{,}00036)^{-3} : (6000)^{-3} =$

A) $6^{-3} \cdot 10^{6}$
B) $6^{-3} \cdot 10^{12}$
C) $6 \cdot 10^{24}$
D) $6^{-3} \cdot 10^{24}$

4. Juan calcula las potencias de 7 con exponente entero positivo, ¿cuál de los siguientes dígitos **NO** podría corresponder a la cifra de las unidades de las potencias obtenidas?

A) 1
B) 3
C) 8
D) 9

5. $\dfrac{2^4 + 2^5}{2^6 + 2^7} =$

A) 2^{-4}
B) 2^{-2}
C) 2^{-1}
D) 2^{2}

6. La suma de potencias $2^{n+2} + 2^{n}$, con n un número entero positivo mayor que 1, **NO** es siempre

A) un múltiplo de 5.
B) un número cuya cifra de las unidades es cero.
C) un múltiplo de 10.
D) mayor que 20.

7. La población de infectados por un cierto virus en una cierta comunidad, aumenta en un 20% cada mes. Si inicialmente la población infectada era de 1200 individuos y no se consideran los fallecimientos, entonces la cantidad de infectados al cabo de un año será de

A) $1200 \cdot (1{,}2)^{11}$

B) $1200 \cdot (1{,}2)^{12}$

C) $1200 \cdot (1{,}02)^{11}$

D) $1200 \cdot (1{,}02)^{12}$

8. Se ha estimado que un video promocional de un cantante top en una cierta red social, triplica la cantidad de visualizaciones cada 10 minutos, entonces si inicialmente hubo A usuarios que lo vieron, entonces a las 2 horas, la cantidad de usuarios que vieron este video, será

A) $A \cdot 3^{6}$

B) $2A \cdot 3^{6}$

C) $A \cdot 3^{12}$

D) $A \cdot 3^{24}$

9. Si n es un número entero, entonces $\dfrac{2^{n} - 2^{n-2}}{2^{n} + 2^{n-1}} =$

A) 2^{-3}

B) 2^{-2}

C) 2^{-1}

D) 2^{n-3}

10. Si $3^{n-1} + 3^{n-2} = 12$, entonces $n + 1 =$

A) 2
B) 2,5
C) 3
D) 4

11. La resta $2^{12} - 1$ **NO** es divisible por

A) 7
B) 9
C) 13
D) 25

12. La profesora de matemática encarga resolver la siguiente ecuación exponencial a Felipe, $(0,\overline{4})^{t-1} = \frac{8}{27}$.

A continuación se muestran algunos de los pasos que realizó Felipe para resolver la ecuación:

$$
\begin{aligned}
&(0,\overline{4})^{t-1} = \frac{8}{27}\\
&\Big\downarrow \ \textbf{Paso 1}\\
&\left(\frac{4}{9}\right)^{t-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3}\\
&\Big\downarrow \ \textbf{Paso 2}\\
&\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\right)^{t-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3}\\
&\Big\downarrow \ \textbf{Paso 3}\\
&\left(\frac{2}{3}\right)^{2t-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3}\\
&\Big\downarrow \ \textbf{Paso 4}\\
&2t - 1 = 3
\end{aligned}
$$

Al resolver la ecuación, ¿en cuál de los pasos cometió un error?

A) Paso 1
B) Paso 2
C) Paso 3
D) Paso 4

13. El resultado de $2^{40} + 2^{39} + 2^{36}$ es un número que **NO** es divisible por

A) 5
B) 20
C) 75
D) 100

14. Una población de zorros en un cierta zona se reduce en una quinta parte cada 2 años, si P es la población inicial y t es la cantidad de años que transcurren, entonces la población que habrá a los t años será de

A) $P \cdot (0{,}2)^{t}$

B) $P \cdot (0{,}8)^{t}$

C) $P \cdot (0{,}8)^{2t}$

D) $P \cdot (0{,}8)^{\frac{t}{2}}$

15. La Escherichia Coli es una bacteria que vive en nuestro intestino, estudios científicos han determinado que cada una de ellas se duplica cada 20 minutos. Si en un cultivo se tienen A de estas bacterias, y suponiendo que estas no fallecen en el período de estudio, entonces a las t horas habrá:

A) $A \cdot 2^{t}$

B) $A \cdot 2^{3t}$

C) $A \cdot 2^{6t}$

D) $A \cdot 2^{\frac{t}{3}}$

16. La solución de la ecuación exponencial $(0{,}\overline{3})^{x-2} = 9$ es

A) -2
B) 0
C) 1
D) 2

17. La solución de la ecuación exponencial $(0{,}25)^{x} = 4^{x-2}$ es x =

A) -1
B) 0
C) 1
D) 2

18. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) $(4{,}5)^{-1} = 0{,}\overline{2}$

B) $(0{,}\overline{1})^{-2} = 3^4$

C) $(-0{,}\overline{3})^{-3} = 27$

D) $(0{,}1\overline{6})^{-3} = 216$

19. En la figura 2 se ha trazado un triángulo que une los puntos medios de la figura 1, en la figura 3 se ha trazado el triángulo que une los puntos medios del triángulo sombreado de la figura 2 y así sucesivamente hasta la n – ésima figura.
Si el área del triángulo de la figura 1 es A, entonces el área del triángulo sombreado de la n-ésima figura, con n > 1, es

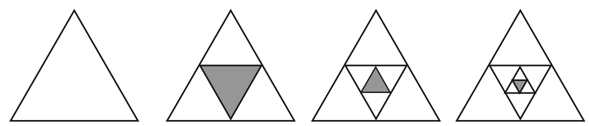


fig. 1 fig. 2 fig. 3 fig. 4

A) $A \cdot 4^{-n}$

B) $A \cdot 4^{n-1}$

C) $A \cdot 4^{1-n}$

D) $A \cdot 4^{\frac{n-1}{3}}$

20. Si $2^{x+1} = 6$, entonces $2^x =$

A) 2
B) 3
C) 4
D) 6

21. Si $A = 2^{-x} + 2^x$, entonces $4^{-x} + 4^x =$

A) $A^2 - 4$
B) $A^2 + 2$
C) $A^2 - 2$
D) A^2

22. Si p > 3 y n es un entero positivo tal que n > p, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el número mayor?

A) p^n
B) np^n
C) $(p + 1)^n$
D) $(-p)^n$

23. Si $2^n = p$ y $3^n = q$, entonces 6^{2n+2} =

A) p^2q^2
B) 36pq
C) $36p^2q$
D) $36p^2q^2$

24. $\sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{8}$ =

A) 0
B) $\sqrt{24}$
C) $6\sqrt{2}$
D) $\sqrt{60}$

25. $\dfrac{\sqrt{20} + \sqrt{45}}{\sqrt{5}}$ =

A) 5
B) $\sqrt{5}$
C) $\sqrt{13}$
D) $2 + 3\sqrt{5}$

26. $(\sqrt{2} - 1)^2 - (1 + \sqrt{2})^2$ =

A) $-4\sqrt{2}$
B) $2\sqrt{2}$
C) 2
D) 0

27. $\dfrac{\sqrt{2020}}{\sqrt{0{,}2020}}$ =

A) 10^4
B) 10^2
C) 10^{-2}
D) 10^{-1}

28. $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}} =$

A) $1 + \sqrt{2}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

D) $\frac{-2 + \sqrt{2}}{2}$

29. El resultado de $\dfrac{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} - 1}$ es un número que está entre

A) 1 y 2

B) 2 y 3

C) 3 y 4

D) 4 y 5

30. $\sqrt{\sqrt{5} + 1} \cdot \sqrt{\sqrt{5} - 1} =$

A) 2

B) 4

C) $\sqrt{5}$

D) $\sqrt{6}$

31. $\sqrt{\dfrac{\sqrt{75} + \sqrt{48}}{\sqrt{3}}} =$

A) 3

B) 9

C) $\sqrt{3}$

D) $2\sqrt{3}$

32. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** corresponde a $\sqrt{2}$?

A) $\sqrt[4]{4}$

B) $\sqrt{50} - \sqrt{32}$

C) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{64}}$

D) $\sqrt{\sqrt{5}+1} \cdot \sqrt{\sqrt{5}-1}$

33. $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{2}} =$

A) $\sqrt[3]{2}$

B) $\sqrt[3]{2^2}$

C) $\sqrt[6]{2}$

D) $\sqrt[7]{2^2}$

34. $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^3 \cdot (\sqrt{2}-\sqrt{3})^4 =$

A) $3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

B) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

C) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

D) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

35. Sean los números: $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$; $y = \sqrt{3} + \sqrt{2}$; $z = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, entonces xyz =

A) $1 + \sqrt{6}$

B) $\sqrt{3}$

C) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

D) $\sqrt{6}$

36. Si $ab = \sqrt{3}$ y $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, entonces a =

A) $3 + \sqrt{6}$

B) $3 + \sqrt{3}$

C) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

D) $-(1 + \sqrt{2})$

37. $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1+\sqrt{2}}{2} =$

A) $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$

B) $1+\sqrt{2}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

38. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** es equivalente a $2\sqrt{6}$?

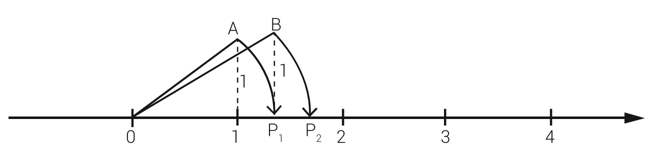
A) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{3}}$

B) $\sqrt{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{4\sqrt{3}}$

C) $\sqrt{2\sqrt{7}+2} \cdot \sqrt{2\sqrt{7}-2}$

D) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

39. En la recta numérica de la figura, en el cero se ubica el punto O, en el "1" se traza un segmento perpendicular a la recta numérica hasta el punto A de longitud 1, con centro en O y un radio de longitud OA se traza un arco de circunferencia que corta a la recta numérica en P_1, en P_1 se levanta una nueva perpendicular de longitud 1 hasta el punto B, con centro en O y radio OB se traza un nuervo arco de circunferencia que intercepta a la recta numérica en P_2, y así sucesivante hasta generar 10 de estos puntos "P".



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) Solo 2 de estos puntos se ubican en números racionales.
B) Solo 4 de estos puntos se ubican entre el 2 y el 3, sin considerarlos.
C) Solo 2 de estos puntos se ubican entre el 3 y el 4, sin considerarlos.
D) Solo 3 de estos puntos están entre 1 y 2, sin considerar los extremos.

40. $\dfrac{\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{120}+\sqrt[3]{200}}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{15}+\sqrt[3]{25}} =$

A) 2

B) 4

C) 8

D) $\sqrt[3]{5}$

41. Si a > 0, entonces $\dfrac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[4]{a}} =$

A) $\sqrt[3]{a}$

B) $\sqrt[4]{a}$

C) $\sqrt[9]{a}$

D) a^4

42. Se tiene que $p = \sqrt{2}$; $q = \dfrac{1}{\sqrt{8}}$; $r = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) $p = 2r$

B) $pq = \dfrac{1}{2}$

C) $p = 4q$

D) $p + r = 4q$

43. $(\sqrt{2}\,)^{20}\cdot\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^{10}\cdot\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^{10} =$

A) 1

B) $\dfrac{1}{4}$

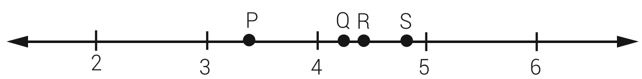
C) $\dfrac{9}{4}$

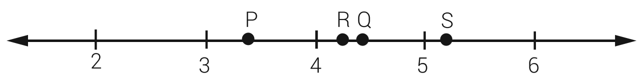
D) $\dfrac{3}{4}$

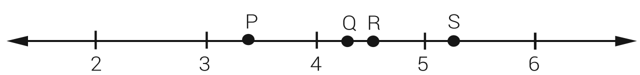
44. $(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} =$

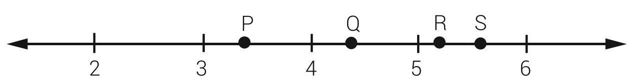
A) 1
B) 2
C) $\sqrt{6}$
D) $2\sqrt{6}$

45. Se tienen las siguientes números reales, $P = 2\sqrt{3}$, $Q = 3\sqrt{2}$, $R = 2\sqrt{5}$ y $S = 3\sqrt{3}$, ¿cuál de las siguientes rectas numéricas representa mejor a la ubicación de estos números en ella?

A) 

B) 

C) 

D) 

46. ¿Cuál de las siguientes igualdades es verdadera, si A y B son números racionales cualesquiera y n es un número entero mayor que 1?

A) $\sqrt[n]{A^n} = A$

B) $\left(\sqrt[n]{A}\right)^n = A$

C) $A\sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A^n B}$

D) Todas son verdaderas.

47. Si $x > 0$, entonces $\sqrt{\sqrt{x+9} + \sqrt{x}} \cdot \sqrt{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}} =$

A) 3

B) 9

C) $\sqrt{3}$

D) $2\sqrt{3}$

48. Si a > 0, entonces $\dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}}$ =

A) $\sqrt{a^3}$
B) $\sqrt{a}$
C) $\sqrt[3]{a}$
D) $\sqrt[6]{a}$

49. Si a > 0, entonces $\dfrac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a}}$ =

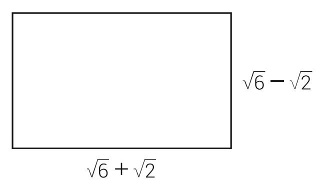
A) a

B) $\sqrt[3]{a}$

C) $\sqrt[3]{a^2}$

D) $a\sqrt[3]{a}$

50. En la figura, se muestran las dimensiones de un rectángulo, medidas en cm, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



A) Su área es 4 cm^2.
B) Su perímetro es $\sqrt{24}$ cm.
C) Su diagonal mide 4 cm.
D) El largo excede al ancho en $\sqrt{8}$ cm.

51. Si a > 0, ¿cuál de las siguientes igualdades es **FALSA**?

A) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[6]{a^5}$

B) $a \cdot \sqrt[4]{a} = a^{1,25}$

C) $\dfrac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[6]{a}} = \sqrt[12]{a}$

D) $\dfrac{\sqrt[6]{a}}{\sqrt[4]{a}} = \sqrt{a}$

52. Joaquín debe resolver la siguiente ecuación exponencial, $\sqrt{25^t} = \sqrt[3]{5}$, para ello sigue los siguientes pasos:

$$\begin{aligned}
\sqrt{25^t} &= \sqrt[3]{5} && \textbf{Paso 1}\\
(\sqrt{25}\,)^t &= \sqrt[3]{5} && \textbf{Paso 2}\\
5^t &= \sqrt[3]{5} && \textbf{Paso 3}\\
5^t &= 5^{\frac{1}{3}} && \textbf{Paso 4}\\
t &= \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

Al hacer el cálculo, si es que lo cometió, ¿en cuál de los pasos cometió un error?

A) Paso 1
B) Paso 2
C) Paso 3
D) No cometió ningún error.

53. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^9 \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{10} =$

A) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

B) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

C) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

D) -1

54. Sean $p = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $q = \frac{3\sqrt{5}}{4}$ y $r = \frac{5\sqrt{10}}{12}$, entonces se cumple que

A) $r < q < p$
B) $q < r < p$
C) $q < p < r$
D) $p < r < q$

55. Se tienen los siguientes números $x = \sqrt[3]{2}$, $y = \sqrt[4]{3}$ y $z = \sqrt[6]{5}$, entonces al ordenarlos de menor a mayor resulta

A) $x < y < z$
B) $y < z < x$
C) $x < z < y$
D) $z < y < x$

56. Si $P = \sqrt{4+\sqrt{7}} + \sqrt{4-\sqrt{7}}$, entonces $P^2 =$

A) 8
B) 14
C) 16
D) $2\sqrt{2}$

57. La expresión $\sqrt[4]{(-2)^{-4}}$ es

A) $-\frac{1}{2}$
B) -2
C) $\frac{1}{2}$
D) un número que no es real.

58. El profesor de matemática le pide a Humberto desarrollar en la pizarra la siguiente expresión, $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-2)^2}$. A continuación se muestran los pasos del desarrollo de Humberto, si es que cometió un error, ¿en qué paso lo hizo?

$$\sqrt{(2-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-2)^2} =$$

Paso 1

$$(2-\sqrt{2}) + (\sqrt{2}-2) =$$

Paso 2

$$(2-2) + (\sqrt{2}-\sqrt{2}) =$$

Paso 3

$$0$$

A) Paso 1
B) Paso 2
C) Paso 3
D) No cometió error.

59. Dada la igualdad $\sqrt[3]{a^{t-1}} = \sqrt[4]{a^{t+1}}$, con $a > 0$ y $a \neq 1$, entonces $t =$

A) -7

B) -1

C) 1

D) 7

60. Si $n < 0$, entonces la expresión $\sqrt{9^n - 2 \cdot 6^n + 4^n}$ corresponde a

A) $3^n + 2^n$

B) $3^n - 2^n$

C) $2^n - 3^n$

D) 6^n