Capítulo
2

NÚMEROS RACIONALES

Los babilónicos utilizaban fracciones cuyo denominador era una potencia de 60, mientras que los egipcios usaron, sobre todo, las fracciones con numerador igual a 1.

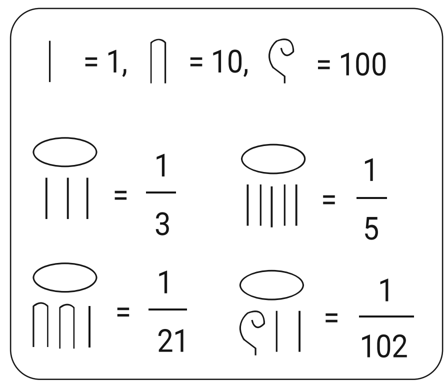
Los griegos y romanos usaron también las fracciones unitarias, es decir racionales con numerador 1, el uso de estas fracciones persisitió hasta la época medieval.

En el siglo XIII, Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci, (ver portada cap. 8) introdujo en Europa la barra horizontal para separar numerador y denominador en las fracciones, tal como las conocemos hoy.

A principios del siglo XV, el árabe Al Kashi fue el que generalizó el uso de los números decimales tal y como los cocnocemos hoy.

A finales del siglo XVI, Simon Stevin desarrolló y divulgó las fracciones decimales que se expresaban por medio de números decimales, pero los escribía de una forma no tan simple; así para 345,932 escribía 345 (0) 9(1) 3(2) 2(3).

Finalmente, los números decimales se impusieron, en casi todos los países, al adoptarse el Sistema Métrico Decimal, en el siglo XVIII.



CONCEPTOS CLAVES

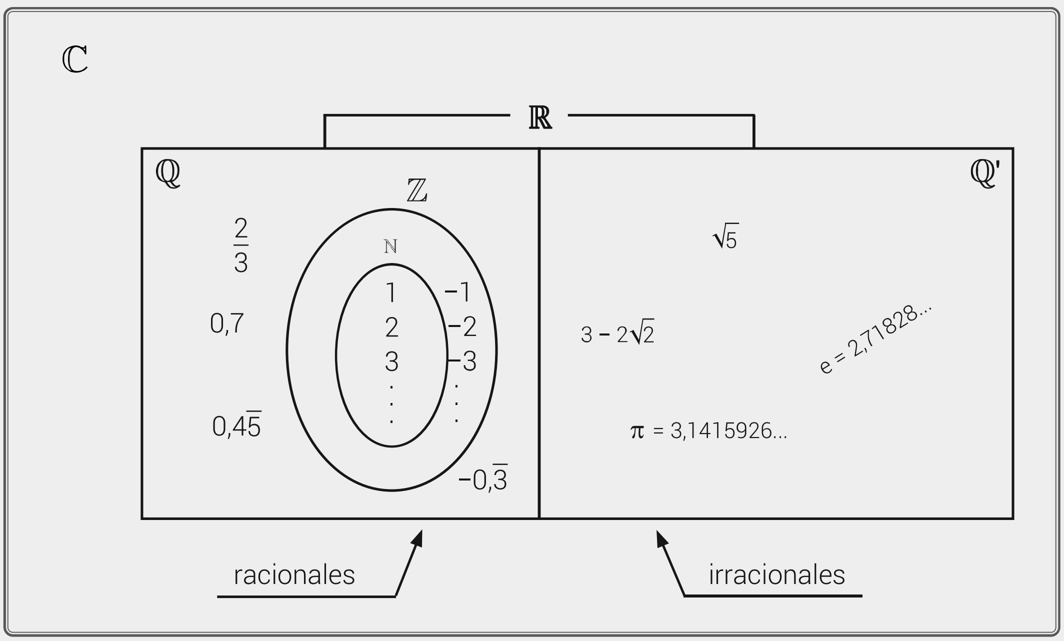
- **Conversión de decimal a fracción**
- **Propiedad de clausura**
- **Orden en los racionales**

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Los conjuntos numéricos más importantes son los siguientes:

CONJUNTO NUMÉRICO	DESCRIPCIÓN
Números naturales	$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$
Números enteros	$\mathbb{Z} = \{...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...\}$
Números racionales	Son aquellos números que se pueden expresar como fraccón, como los números decimales finitos, periódicos, semiperiódicos y enteros $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \ / \ a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0 \right\}$
Números irracionales	Son aquellos números que no se pueden expresar como fracción, como $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3} - 1$, π, etc., se caracterizan por tener infinitas cifras decimales sin período, este conjunto numérico se designa con la letra $\mathbb{Q}'$ o $\mathbb{I}$.
Números reales	Se designa con la letra $\mathbb{R}$ y es la unión entre los racionales e irracionales. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$
Números complejos	Son de la forma a+bi donde a y b son números reales e i es la unidad imaginaria, si b=0 se obtiene un número real, por lo tanto los complejos incluyen a los números reales $\mathbb{C} = \{ z = a + bi \ / \ a \text{ y } b \in \mathbb{R} \}$

Resumiendo, tenemos el siguiente esquema:



Observación:
No son números reales las raíces de índice par de negativos, como $\sqrt{-9}$, $\sqrt[4]{-16}$, etc., ni tampoco cuando se divide por cero.

2

CONVERSIÓN DE DECIMAL A FRACCIÓN

En los racionales los decimales pueden ser finitos, infinitos periódicos o infinitos semiperiódicos, a continuación veremos cómo se pueden convertir a fracción:

- **Decimal finito**

Se escribe en el numerador el número que forman sus cifras sin considerar la coma y en el denominador colocamos un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga.

Ejemplo: $0{,}32 = \frac{32}{100}$; $1{,}283 = \frac{1283}{1000}$.

- **Decimal infinito periódico**

Si no tiene entero, se escribe en el numerador el número que forman sus cifras sin la coma y en el denominador colocamos tantos nueves como cifras periódicas tenga.
En el caso que tenga entero, se coloca en el numerador la resta entre el número que forman todas sus cifras (sin la coma) con el número entero y en el denominador van tantos nueves como cifras periódicas tenga.

Ejemplo: $0{,}\overline{78} = \frac{78}{99}$; $1{,}\overline{45} = \frac{145-1}{99} = \frac{144}{99} = \frac{16}{11}$.

- **Decimal infinito semiperiódico**

Si no tiene entero, se escribe en el numerador la resta entre el número que forman sus cifras (sin la coma) con el anteperíodo y en el denominador van tantos nueves como cifras periódicas tenga el número, seguido de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo.
En el caso que tenga entero, se coloca en el numerador la resta entre el número que forman todas sus cifras (sin la coma) con el número que forman las cifras que no tienen período y en el denominador van tantos nueves como cifras periódicas seguido de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo.

Ejemplo: $0{,}3\overline{5} = \frac{35-3}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$; $4{,}2\overline{8} = \frac{428-42}{90} = \frac{386}{90} = \frac{193}{45}$.

PROPIEDAD DE CLAUSURA

La propiedad de clausura en los números racionales, se refiere a que si operamos dos números racionales el resultado también es racional.

Observa que las cuatro operaciones básicas en los racionales tienen propiedad de clausura:

- Si sumamos dos racionales el resultado es racional.
- Si restamos dos racionales el resultado es racional.
- Si multiplicamos dos racionales el resultado es racional.
- Si dividimos dos racionales el resultado es racional, excepto la división por cero.

ORDEN EN LOS NÚMEROS RACIONALES

Los números racionales tienen el principio de tricotomía, es decir si tenemos dos números racionales, por ejemplo a y b, entonces se cumple alguna de estas posibilidades: (a > b) o (a = b) o (a < b).
Esto se traduce que si tenemos un conjunto de números racionales, siempre podemos ordenarlos, para ello existen diversas técnicas, algunas de ellas las veremos a continuación.
Si queremos comparar dos fracciones podemos multiplicar cruzado para compararlas:
$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \leftrightarrow ad < bc$ (siempre que b, d > 0)en el caso en que sean más de dos fracciones podemos proceder como se ilustran en los primeros dos ejemplos.

Ejemplo 1: Ordenar de menor a mayor las fracciones $\frac{9}{20}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}$

Para poder compararlas podemos intentar igualar denominadores, para ello calculamos el m.c.m. entre ellos y amplificamos las fracciones para que todas queden con igual denominador.
En este caso, el m.c.m. entre 8, 5 y 20 es 40, por lo tanto amplificamos para que todas las fracciones queden con denominador 40:

$$\frac{9}{20} = \frac{9 \cdot 2}{20 \cdot 2} = \frac{18}{40}; \ \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{16}{40} \text{ y } \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{15}{40}$$

Como $\frac{15}{40} < \frac{16}{40} < \frac{18}{40}$, se obtiene que $\frac{3}{8} < \frac{2}{5} < \frac{9}{20}$.

En el caso en que fuese complicado igualar denominadores, se puede intentar igualar numeradores, o bien convertir las fracciones a decimal.

Ejemplo 2: Ordenar los números: $\frac{5}{12}, \frac{3}{8}$, y $0,4\overline{2}$

Si convertimos a fracción el decimal $0,4\overline{2}$, obtenemos $0,4\overline{2} = \frac{42-4}{90} = \frac{38}{90} = \frac{19}{45}$. En este caso el tratar de igualar numeradores o denominadores entre las fracciones: $\frac{3}{8}, \frac{5}{12}$ y $\frac{19}{45}$ es tedioso, por lo tanto lo más aconsejable es convertir a número decimal.

$\frac{5}{12} \leftrightarrow 5 : 12 = 0,41666...$, $\frac{3}{8} \leftrightarrow 3 : 8 = 0,375$ y $\frac{19}{45}$ sabíamos que era $0,4\overline{2}$.

Como $0,375 < 0,41666... < 0,4\overline{2}$, tenemos que $\frac{3}{8} < \frac{5}{12} < 0,4\overline{2}$.

NOTACIÓN CIENTÍFICA

Se denomina notación científica de un número decimal cuando lo expresamos de la forma $a \cdot 10^n$, donde $1 \leq |a| < 10$ y n es un número entero. Según lo anterior, tenemos que $3,2 \cdot 10^5$ es un número escrito en notación científica, mientras que $34 \cdot 10^{-8}$ no lo está debido a que 34 > 10.
La notación científica es útil para operar con números que tienen muchas cifras cero, por ejemplo si queremos dividir 0,000034 con 170.000, primero llevamos estos números a notación científica:

$$\frac{0,000034}{170.000} = \frac{3,4 \cdot 10^{-5}}{1,7 \cdot 10^{5}} = 2 \cdot 10^{-5-5} = 2 \cdot 10^{-10}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. ¿Qué porcentaje es $1{,}28 \cdot 10^{-6}$ de $32 \cdot 10^{-7}$?

A) 20 %
B) 30 %
C) 40 %
D) 60 %

Solución:

Aunque esta pregunta es de porcentaje, la incluiremos acá debido que para resolverla se requiere la operatoria con números expresados en notación científica.

Según lo visto en el capítulo anterior, si queremos calcular qué porcentaje es A de B, efectuamos el cálculo:

$\frac{A^6}{B} \cdot 100$, en este caso sería $\frac{1{,}28 \cdot 10^{-6}}{32 \cdot 10^{-7}} .100$, la expresión $1{,}28 \cdot 10^{-6}$ la transformaremos a $128 \cdot 10^{-8}$ para así poder operar con el denominador, entonces tenemos: $\frac{1{,}28 \cdot 10^{-6}}{32 \cdot 10^{-7}} .100 = \frac{\cancel{128} \cdot 10^{-8}}{\cancel{32} \cdot 10^{-7}} .100 = 4 \cdot 10^{-8-(-7)} \cdot 10^{2} = 40$, luego la respuesta es la alternativa C).

2. Pedro, Juan y Diego son tres administrativos que trabajan diariamente la misma cantidad de horas. A cada uno de ellos se les encarga la misma labor, para realizarla Pedro demoró $\frac{4}{9}$ de su jornada, mientras que Juan y Diego demoraron respectivamente $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$ de su jornada, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA** ?

A) Pedro es el que se demorá más.
B) Diego demoró más que Juan.
C) Pedro demoró más que Juan.
D) Diego demoró más que Pedro.

Solución:

Una forma de poder comparar estas fracciones es convertirlas a número decimal, haciendo el cuociente entre el numerador y el denominador:

Observa que $\frac{4}{9}$ por tener un denominador 9, nos queda un decimal periódico: $\frac{4}{9} = 0{,}444...$

La fracción $\frac{2}{5}$ la podemos amplificar por 2 para obtener un denominador 10: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$.

En $\frac{3}{7}$, como no podemos amplificarla para obtener un denominador con nueves, nueves y ceros o potencias de 10, tendremos que efectuar el cuociente entre 4 y 7 lo que nos da 0,428..., entonces $\frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{4}{9}$, es decir Pedro demoró más que Diego y Diego demoró más que Juan, luego la alternativa que tiene una afirmación falsa es D).

Otras formas de resolver este ejercicio:

-Igualar denominadores: lo que en este caso no es conveniente, ya que tendrías que calcular el mcm entre 5, 7 y 9.

-Igualar numeradores: esto es más conveniente que lo anterior ya que el mcm entre 4, 2 y 3 es 12, se amplifican las fracciones para llevarlas al mismo numerador, después ocupamos que entre mayor denominador menor es la fracción.

-Comparar de 2 en 2 las fracciones, utilizando que $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, si ad > bc (esto es válido cuando las fracciones son positivas).

3. Juan tiene \$50.000 en billetes de \$10.000 y \$5.000. si tiene A billetes de \$10.000, entonces ¿cuántos billetes de \$5.000 tiene?

A) 10 – A
B) 10 – 2A
C) 20 – A
D) 20 – 2A

Solución:
Supongamos que tiene x billetes de \$5.000, entonces el dinero que tiene es 10000A + 5000x que es igual a 50.000, resolvemos la ecuación 10000A + 5000x = 50000 y obtenemos que x = 10 – 2A, por lo tanto tenía (10 – 2A) billetes de \$5.000, luego la alternativa correcta es B).

4. Alberto gasta $\frac{1}{3}$ de su sueldo en supermercado, $\frac{2}{5}$ del resto en locomoción, la mitad de lo que le queda en arriendo, quedándole \$150.000, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) Su sueldo es de \$750.000
B) Gasta \$250.000 en el supermercado.
C) Gasta en \$200.000 en locomoción.
D) Entre arriendo y locomoción gastó más de la mitad de su sueldo.

Solución:

Como gasta $\frac{1}{3}$ de su sueldo en el supermercado, el resto corresponde a los $\frac{2}{3}$, por lo tanto $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3}$ lo gasta en locomoción, pero $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3}$ es $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$, es decir $\frac{4}{15}$ de su sueldo lo gasta en locomoción.

Sumamos $\frac{1}{3}$ con $\frac{4}{15}$, esto nos da $\frac{3}{5}$, por lo tanto la mitad del resto es $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{5}$, o sea $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$ lo gasta en arriendo.

Tenemos entonces que: $\frac{1}{3}$ lo gasta en el supermercado, $\frac{4}{15}$ en locomoción, $\frac{1}{5}$ en arriendo, si sumamos:

$\frac{1}{3} + \frac{4}{15} + \frac{1}{5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$, entonces lo que queda es $\frac{1}{5}$.

Si x es el total de su sueldo, entonces $\frac{1}{5}$ x = 150.000, de lo que deduce que el sueldo es \$750.000 , por lo tanto A) es verdadera..

En supermercado gasta $\frac{1}{3}$ de su sueldo, esto es $\frac{1}{3} \cdot 750.000 = 250.000$, luego B) es verdadera.

En locomoción gasta $\frac{4}{15}$ de su sueldo, $\frac{4}{15} \cdot 750.000 = 200.000$, luego C) es verdadera.

Entre arriendo y locomoción gastó \$350.000 lo que es menos de la mitad de su sueldo, luego D) es falsa.

2

5. Sean a y b enteros mayores que 1, con a > b, entonces al ordenar las fracciones $\frac{a}{b}$, $\frac{b}{a}$, $\frac{a}{b-1}$, $\frac{a+1}{b-1}$, de menor a mayor resulta

A) $\frac{a}{b-1} < \frac{a+1}{b-1} < \frac{a}{b} < \frac{b}{a}$

B) $\frac{a}{b-1} < \frac{a+1}{b-1} < \frac{b}{a} < \frac{a}{b}$

C) $\frac{b}{a} < \frac{a}{b} < \frac{a}{b-1} < \frac{a+1}{b-1}$

D) $\frac{a}{b} < \frac{b}{a} < \frac{a}{b-1} < \frac{a+1}{b-1}$

Solución:

Como a > b > 1, tenemos que $\frac{a}{b} > 1$ y $\frac{b}{a} < 1$, por lo tanto $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$ ahora si comparamos $\frac{a}{b}$ con $\frac{a}{b-1}$,

tenemos que $\frac{a}{b-1} > \frac{a}{b}$, ya que $\frac{a}{b-1}$ tiene un denominador menor y los numeradores son iguales.

Por otro lado $\frac{a+1}{b-1} > \frac{a}{b-1}$, ya que el numerador es mayor y los denominadores son iguales.

Entonces $\frac{b}{a} < \frac{a}{b} < \frac{a}{b-1} < \frac{a+1}{b-1}$, respuesta C).

ATENCIÓN

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podras encontrar material como:

- **Clases con contenidos**
- **Videos con resolución de ejercicios**
- **Mini Ensayos - Ensayos y .... ¡mucho más!**

EJERCICIOS DE PRÁCTICA

Visita nuestro portal educativo

1. $(-3)^2 - (-2)^2 - (-1)^2 =$

A) -14

B) 4

C) 12

D) 14

2. $\dfrac{\dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{3}}{2 + \dfrac{2}{5}} =$

A) $\dfrac{1}{18}$

B) $\dfrac{16}{25}$

C) $\dfrac{1}{3}$

D) $\dfrac{1}{9}$

3. El profesor de Federico le da como tarea realizar el siguiente ejercicio de operación combinada entre números enteros, los pasos que sigue Federico son los siguientes:

$(-2) + (-3) + (-2) \cdot ((-3) + (-4))$

Paso 1

$= (-5) + (-2) \cdot ((-3) + (-4))$

Paso 2

$= (-7) \cdot ((-3 + (-4))$

Paso 3

$= (-7) \cdot (-3) + (-7) \cdot (-4)$

Paso 4

$= 21 + 28 = 49$

Al hacer el cálculo, ¿en cuál de los pasos cometió un error?

A) Paso 1

B) Paso 2

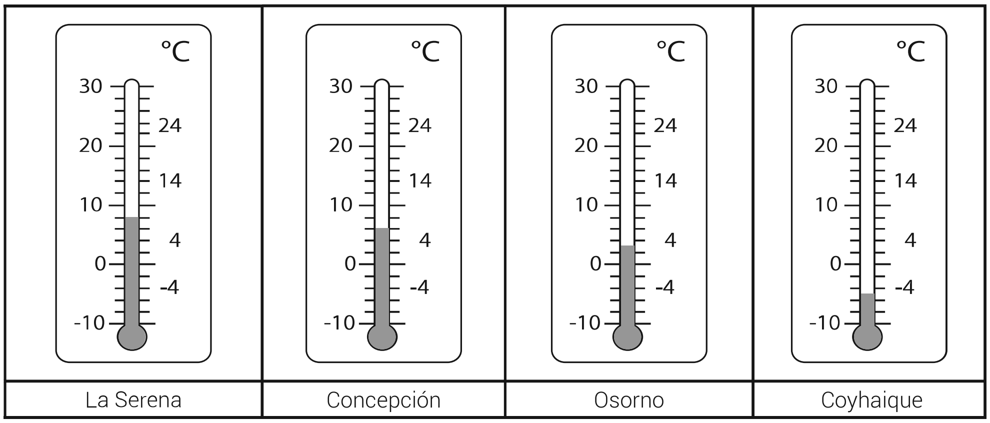
C) Paso 3

D) Paso 4

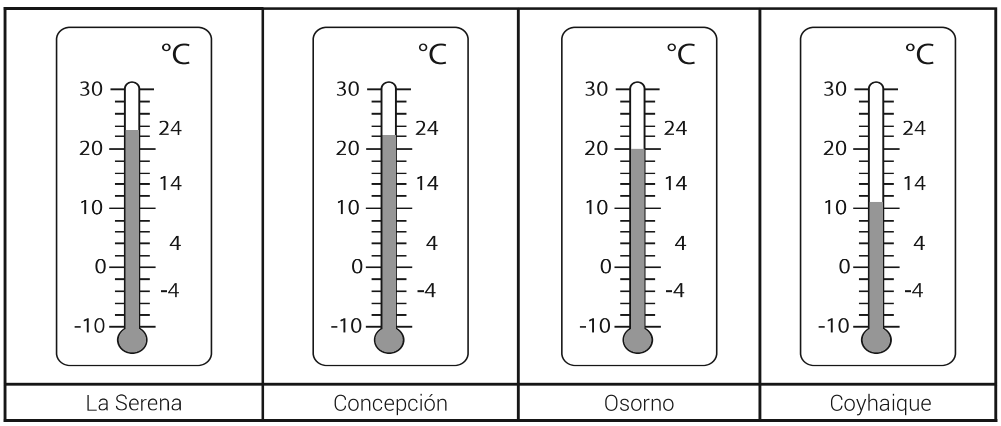
2

4. En los siguientes termómetros se muestran las temperaturas mínimas y máximas alcanzadas en cuatro ciudades de nuestro país en un día determinado:

TEMPERATURAS MÍNIMAS:



TEMPERATURAS MÁXIMAS:



De la información dada anteriormente, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) La mayor variación de temperatura se produjo en Osorno.
B) Concepción y Coyhaique presentaron la misma variación de temperatura.
C) La menor variación de temperatura se presentó en Coyhaique.
D) La suma de las variaciones de La Serena y Osorno es igual a las suma de las variaciones de las otras dos ciudades.

5. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$

A) -6
B) 4
C) 6
D) 8

6. $(0,\overline{2} + 1,0\overline{5})^{-1} =$

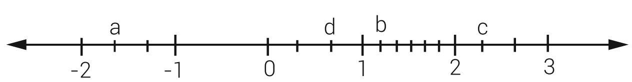
A) $\frac{18}{23}$

B) $\frac{6}{7}$

C) $\frac{99}{124}$

D) $\frac{18}{25}$

7. En la recta numérica de la figura, cada tramo entre dos números enteros consecutivos se ha dividido en partes iguales:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) $c + a = d$
B) $c = 2b$
C) $a + 2b = d$
D) $b + d = c$

8. En la recta numérica, ¿cuál de los siguientes números está más cerca del cero?

A) $0,25$
B) $-0,2\overline{1}$
C) $-0,3$
D) $0,\overline{2}$

9. $\left(\dfrac{0{,}05}{5}\right)^{-1} =$

A) –100
B) 10
C) 100
D) 1.000

10. El profesor les solicita a Pablo y Camila que calculen la expresión $\dfrac{\frac{5}{3}-\frac{5}{12}}{\frac{1}{4}}$, los desarrollos de ellos fueron los siguientes:

Pablo:

$$\frac{\frac{5}{3}-\frac{5}{12}}{\frac{1}{4}} =$$

Paso 1

$$\frac{\frac{15}{12}}{\frac{1}{4}} =$$

Paso 2

$$\frac{15}{12}\cdot\frac{4}{1} =$$

Paso 3

$$\frac{60}{12} =$$

Paso 4

$$5 =$$

Camila:

$$\frac{\frac{5}{3}-\frac{5}{12}}{\frac{1}{4}} =$$

Paso 1

$$\frac{5}{3}-\frac{5}{12}:\frac{1}{4} =$$

Paso 2

$$\frac{5}{3}-\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{1} =$$

Paso 3

$$\frac{5}{3}-\frac{20}{12} =$$

Paso 4

$$0 =$$

Según lo anterior, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) Pablo tuvo un error en el paso 2.
B) Pablo tuvo un error en el paso 3.
C) Camila tuvo un error en el paso 1.
D) Camila tuvo un error en el paso 4.

11. De los siguientes números racionales, ¿cuál es el menor?

A) $38 \cdot 10^{-3}$
B) $390 \cdot 10^{-4}$
C) $0{,}4 \cdot 10^{-3}$
D) $0{,}41 \cdot 10^{-2}$

12. El resultado de $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}{3{,}5}$, es un número

A) entero.
B) decimal finito.
C) decimal periódico.
D) decimal semiperiódico.

13. Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) $\dfrac{0{,}0\overline{2}}{3} > 0{,}006$

B) $\dfrac{0{,}\overline{5}}{4} > \dfrac{0{,}3\overline{2}}{3}$

C) $3 \cdot 0{,}2\overline{3} > 2 \cdot 0{,}\overline{3}$

D) $\dfrac{5}{11} < 0{,}\overline{4}$

14. m y n son números enteros múltiplos de p, ¿cuál de las siguientes expresiones **NO** es **siempre** un múltiplo de p?

A) $m + n$

B) $m - n$

C) $\dfrac{m}{n}$

D) $(m + n)^2$

15. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a un número racional **NO** entero?

A) $(0{,}2)^{-3}$

B) $3{,}\overline{9}$

C) $\dfrac{0{,}0\overline{2}}{0{,}2}$

E) $\dfrac{0{,}8\overline{3}}{0{,}1\overline{6}}$

16. ¿Cuál de los siguientes números **NO** está entre $1{,}0\overline{6}$ y 1,1?

A) $\frac{49}{45}$

B) $\frac{27}{25}$

C) $\frac{267}{250}$

D) $1\frac{4}{33}$

17. ¿Cuál de los siguientes números es el menor?

A) $0{,}25 \cdot 10^{-4}$
B) $0{,}0028 \cdot 10^{-3}$
C) $0{,}032 \cdot 10^{-5}$
D) $0{,}00075 \cdot 10^{-2}$

18. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) $0{,}2 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-2}$

B) $0{,}8 \cdot 10^{-2} : (4 \cdot 10^{-5}) = 2 \cdot 10^{-8}$

C) $0{,}002 \cdot 10^{-2} = 200 \cdot 10^{-7}$

D) $200 \cdot (4{,}5 \cdot 10^{-3}) = 9 \cdot 10^{-2}$

19. Los tres primeros atletas en una carrera de 100 metros planos, fueron Pedro, Felipe y Andrés los cuales obtuvieron respectivamente las siguientes marcas: 12,2", 12,02" y 13,1", ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA** ?

A) Felipe fue el vencedor.
B) Pedro llegó después de Andrés.
C) Felipe llegó 18 centésimas de segundo antes que Pedro.
D) Felipe demoró 1 segundo y 8 centésimas menos que Andrés.

20. En una cierta mina se extrajeron en cierto mes $3{,}7 \cdot 10^4$ kilos de mineral y al siguiente se extrajeron $4{,}2 \cdot 10^5$ kilos. Si una tonelada son 1000 kg, ¿qué variación hubo, medida en toneladas, entre lo extraído entre ambos meses?

A) 5
B) 38,3
C) 383
D) 416,3

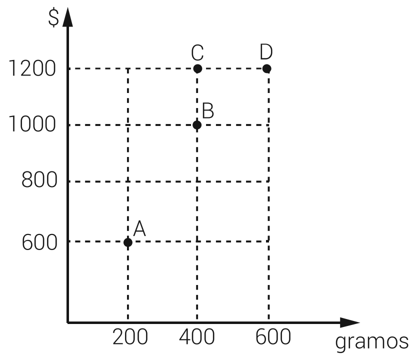
21. En su viaje de vacaciones, una persona recorrerá un trayecto en tres días. Si el primer día recorrió $\frac{2}{5}$ del trayecto y el segundo día los $\frac{3}{4}$ de lo que recorrió primer día, entonces ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) El segundo y tercer día anduvo lo mismo.
B) Entre el primer y segundo día recorrió el 70% del trayecto.
C) El tercer día anduvo más que en el primero.
D) La diferencia de lo que recorrió el primer y segundo día equivale al 10% del trayecto total.

22. En una maratón cuya distancia era 42,2 km, se han colocado puestos para abastecer a los competidores. El agua se ha colocado cada 3 km, las barras proteicas cada 4 km y los plátanos cada 6 km, todos medidos desde el punto de partida, ¿en cuántas ocasiones van a coincidir los tres tipos diferentes de provisiones?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5

23. Para un estudio acerca del precio de las paltas, se han tomado 4 muestras en los supermercados A, B, C y D. Los precios en cada una de las muestras se observan en el siguiente gráfico:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**, con respecto al precio del kilo de paltas?

A) B es más barata que C.
B) La más económica es D.
C) A es más cara que B.
D) C y D tienen el mismo precio.

24. En una cierta localidad ubicada al sur de nuestro territorio, a las 8 a.m. la temperatura del agua que sale por una llave es 6°C y debido al aumento de la temperatura ambiente, hasta las 15 horas esta va subiendo 8 décimas de grado por cada hora, ¿a qué hora la temperatura del agua que sale por esta llave alcanzará los 10°C?

A) A las 12 a.m.
B) A la 1 p.m.
C) A las 2 p.m.
D) No alcanza esa temperatura.

25. Se tienen tres estanques con 90, 105 y 120 litros respectivamente, con ellos se van a llenar bidones de un cierto tipo. ¿Qué capacidad tienen que tener estos bidones de modo que se ocupe la menor cantidad posible y al llenarlos no sobre ni falte líquido en los estanques?

A) 5 L
B) 10 L
C) 12 L
D) 15 L

26. m y n son números enteros, tales que m es múltiplo de 3 y n es múltiplo de 5, ¿cuál de las siguientes expresiones **NO** es siempre múltiplo de 9?

A) m^2n
B) $(mn)^2$
C) $m + 3n$
D) $m^2 + 18n$

27. ¿Cuál de las siguientes expresiones **NO** da como resultado un número entero?

A) $\dfrac{10^{-2} + 1}{10^{-4} + 10^{-2}}$

B) $\dfrac{10^{-4} + 10^{-3}}{10^{-5}}$

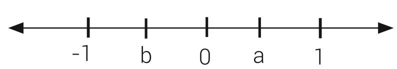
C) $(10^{-1} + 10^{-2})^{-1}$

D) $\dfrac{10^{-1} + 10^{-2}}{10^{-3} + 10^{-4}}$

28. Se define $a \divideontimes b = \dfrac{ab}{a + b}$, entonces $0{,}5 \divideontimes 2{,}2$ es

A) un número decimal finito.
B) un número decimal periódico menor que uno.
C) un número decimal periódico mayor que uno.
D) un número decimal semiperiódico.

29. Sean a y b dos números racionales que se ubican en la recta numérica, tal como se muestra en la siguiente figura:



¿Cuál de las siguientes desigualdades es **FALSA**?

A) $a - b < 2$

B) $-1 < a + b < 1$

C) $ab < b$

D) $\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b} > 2$

30. Si $a = 0{,}2 \cdot 10^{-3}$ y $b = 15 \cdot 10^{-7}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) $a \cdot b = 3 \cdot 10^{-10}$

B) $a^2 + b = 1{,}54 \cdot 10^{-6}$

C) $\frac{b}{a} = 7{,}5 \cdot 10^{-11}$

D) $a^2b = 6 \cdot 10^{-14}$

31. Si $P = 0{,}\overline{24}$, $Q = \frac{121}{500}$ y $R = \frac{11}{45}$, entonces al ordenarlos de menor a mayor, resulta

A) $P < Q < R$

B) $Q < R < P$

C) $R < P < Q$

D) $Q < P < R$

32. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) $0{,}\overline{2} - 0{,}1\overline{5} = 0{,}0\overline{6}$

B) $0{,}3\overline{6} \cdot 0{,}\overline{45} = 0{,}1\overline{6}$

C) $0{,}\overline{32} + 0{,}\overline{8} = 1{,}\overline{12}$

D) $0{,}\overline{3} : 0{,}\overline{27} = 1{,}\overline{2}$

33. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) El doble de $0{,}0\overline{5}$ es $0{,}\overline{1}$.

B) El inverso multiplicativo de $0{,}\overline{6}$ es 1,5.

C) El triple de $0{,}2\overline{3}$ es 0,7.

D) El cuadrado de $0{,}\overline{2}$ es $0{,}0\overline{4}$.

34. Jacinta gasta de sus ingresos, $\frac{3}{8}$ en arriendo, $\frac{3}{5}$ del resto en comida y la mitad de lo que le queda en locomoción y el resto que son $ 100.000 lo ocupa para cancelar las cuentas básicas.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) Gasta lo mismo en arriendo que en comida.

B) Gasta $ 300.000 en arriendo.

C) Gasta el triple en arriendo que en locomoción.

D) En locomoción gasta más que en las cuentas básicas.

35. Francisco, Pedro, Andrés y Luis participan en la final de 100 metros de su colegio y el que gana asistirá a las olimpiada interescolar como representante.En la siguiente tabla se muestran las diferencias de tiempo, en el orden en que aparecen en la primera columna, que obtuvieron entre ellos al llegar a la meta:

Competidores	**Diferencia de tiempo (en milésimas de segundo)**
Francisco - Pedro	12
Pedro - Andrés	6
Luis – Pedro	4

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) Francisco será el representante del colegio.
B) Luis se demoró 10 milésimas más que Andrés.
C) Andrés tuvo una mejor marca que Pedro.
D) Luis llegó 8 milésimas antes que Francisco.

36. Una crema para las arrugas se debe aplicar en dosis de 0,2 mg en cada aplicación.
Carolina desea calcular cuántas aplicaciones de esta crema se pueden realizar; sabiendo que el pote de esta crema tiene una masa de $\frac{1}{4}$ kg, entonces ella realiza el siguiente cálculo:

$$\frac{250\text{ g}}{0{,}2\text{ mg}}$$

Paso 1

$$\frac{250\text{ g}}{0{,}2 \cdot 10^{-3}\text{ g}}$$

Paso 2

$$\frac{250}{2 \cdot 10^{-2}}$$

Paso 3

$$125 \cdot 10^{2}$$

Paso 4

12.500 aplicaciones

¿En cuál de los pasos anteriores Carolina cometió un error?

A) En el Paso 1.
B) En el Paso 2.
C) En el Paso 3.
D) En el Paso 4.

2

37. Un número tiene dos cifras, tales que el de las unidades es B y el de las decenas es A, ¿cuál es la diferencia entre este número y el que resulta de intercambiar sus cifras (en ese orden)?

A) 9 (A – B)
B) 9 (B – A)
C) 11A – 9B
D) 11A + 9B

38. Si a y b son dígitos, entonces $\dfrac{0,a\overline{b}}{0,\overline{b}} =$

A) $\dfrac{a-b}{10}$

B) $\dfrac{10a-b}{10b}$

C) $\dfrac{10a+b}{10b}$

D) $\dfrac{9a+b}{10b}$

39. Si a y b son dígitos, ¿cuál de las siguientes fracciones es siempre igual al resultado de $0,a\overline{b} - 0,\overline{a}$?

A) $\dfrac{b-a}{9}$

B) $\dfrac{b-a}{90}$

C) $\dfrac{a-b}{90}$

D) $\dfrac{b-a}{900}$

40. Raúl va a su trabajo en su automóvil, al partir observa el cuentakilómetro y este marca las siguientes cifras $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}\boxed{p}\boxed{q}$, al volver nota que el cuentakilómetros ahora marca $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}\boxed{r}\boxed{s}$, si Raúl anduvo más de 1 km, ¿cuál de las siguientes afirmaciones **NO** se puede deducir de la información dada?

A) Anduvo menos de 100 km.

B) Si $r = p$, entonces $s > q$.

C) $s > q$.

D) $10r + s > 10p + q$

41. En un juego, se ocupan fichas blancas y rojas de modo que 3 rojas equivalen a dos blancas. Si en un momento Pedro tiene 8 blancas y 2 rojas, Francisco 6 blancas y 3 rojas y Andrés tiene 10 blancas y 1 roja, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA** para ese instante del juego?

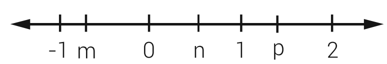
A) Francisco va perdiendo.

B) Lo que lleva Francisco equivale a 8 blancas.

C) Lo que lleva Pedro equivale a 2 blancas y 11 rojas.

D) Lo que lleva Francisco equivale a menos de 12 rojas.

42. En la recta numérica de la figura, se muestran las ubicaciones en ella de los números racionales, m, n y p. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones **NO** es siempre verdadera?



A) $mn > -n$

B) $n - m < p$

C) $-1 < m + n < 1$

D) $np < p$

43. Si a y b son dígitos, tales que a > b, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

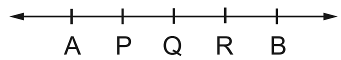
A) $0{,}a\overline{b} > 0{,}\overline{b}$

B) $b{,}a\overline{b} > a{,}\overline{ba}$

C) $b{,}\overline{a} > b{,}\overline{ab}$

D) $a{,}\ ab < a{,}\overline{a}$

44. En la figura, el punto A se ubica en el decimal 0,27 y el B en el 0,32. Si el trazo $\overline{AB}$ se ha dividido en cuatro partes iguales por los puntos P, Q y R, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



A) La distancia entre A y P es 0,0125.
B) La distancia entre P y R es 0,025.
C) La distancia entre A y R es $3,75 \cdot 10^{-2}$.
D) La distancia entre A y B es $5 \cdot 10^{-3}$.

45. Sean $x = \frac{0,0025}{200}$; $y = \frac{25 \cdot 10^{-3}}{2\ .\ 10^{3}}$; $z = \frac{0,25}{20000}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) $x < z < y$
B) $y < z < x$
C) $z < y < x$
D) $x = y = z$

46. Un año luz es aproximadamente $9,5\ .\ 10^{12}$ km. Si la distancia de nuestro sistema solar a la galaxia Can Mayor es 28.000 años luz, entonces esta distancia expresada en metros es

A) $2,66 \cdot 10^{15}$
B) $2,66 \cdot 10^{17}$
C) $2,66 \cdot 10^{19}$
D) $2,66 \cdot 10^{20}$

47. El Byte es una unidad de almacenamiento de información utilizada en computación.
A continuación se muestran múltiplos del Byte según el Sistema Internacional de Medidas:

Múltiplo del Byte	Equivalencia en Bytes
Kilobyte	10^{3}
Megabyte	10^{6}
Gigabyte	10^{9}
Terabyte	10^{12}

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) Un kilo megabyte equivale a un gigabyte.
B) Un kilo gigabyte equivale a un terabyte.
C) Un mega megabyte equivale a un terabyte.
D) Un mega gigabyte equivale equivale a un terabyte.

48. Suponiendo que un grano de sal tiene una masa de $50 \cdot 10^{-6}$ g, ¿cuántos granos hay en un kilógramo de sal?

A) $2 \cdot 10^{6}$
B) $2 \cdot 10^{7}$
C) $2 \cdot 10^{8}$
D) $2 \cdot 10^{10}$

49. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) El 20% de $3{,}5 \cdot 10^{-3}$ es $7 \cdot 10^{-4}$.
B) El 40% de 80.000 es $3{,}2 \cdot 10^{4}$.
C) El 75% de 0,00048 es $3{,}6 \cdot 10^{-3}$.
D) El 60% de $80 \cdot 10^{-4}$ es $4{,}8 \cdot 10^{-3}$.

50. Si m y n son números racionales tales que m > n, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

A) $2m > n$
B) $m^2 > n^2$
C) $m^3 > n^3$
D) $\frac{1}{m} < \frac{1}{n}$

51. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones **NO** es **siempre** verdadera?

A) El producto de dos racionales es racional.
B) El promedio de dos racionales es racional.
C) El producto entre la suma y la resta de dos racionales es racional.
D) El cuociente entre la suma y la resta de dos racionales es racional.

52. Si $A = 0{,}2 \cdot 10^{-2}$, $B = 200 \cdot 10^{-4}$ y $C = 2000 \cdot 10^{-5}$, ¿cuál de las siguientes expresiones **NO** corresponde a un número entero?

A) $\frac{B}{A}$
B) $\frac{A}{C}$
C) $\frac{C^2}{AB}$
D) $\frac{A}{BC}$

53. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) El inverso aditivo de $-0{,}02 \cdot 10^{8}$ es $2 \cdot 10^{6}$.
B) La mitad del recíproco de $1{,}25 \cdot 10^{5}$ es $4 \cdot 10^{-6}$.
C) El inverso multiplicativo de $0{,}2 \cdot 10^{-4}$ es $5 \cdot 10^{-4}$.
D) El triple del inverso aditivo de $-0{,}09 \cdot 10^{-4}$ es $2{,}7 \cdot 10^{-5}$.

54. La edad de Paula hace A años era C, ¿qué edad tenía hace B años?

A) A + B + C
B) C – A + B
C) C – A – B
D) C + A – B

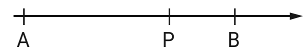
55. Helena tiene C litros de agua la cual la tiene envasada en bidones de 20 litros y botellas de 5 litros, todas completamente llenas. Si ella tiene A botellas, entonces ¿cuántos bidones tiene?

A) 20(C-5A)
B) $\dfrac{20}{5A - C}$
C) $\dfrac{20}{C - 5A}$
D) $\dfrac{C - 5A}{20}$

56. Felipe tiene A monedas de $ 500 y B monedas de $100. Si cambia todo este dinero por monedas de $ 50, ¿cuántas monedas recibirá?

A) $\dfrac{A + B}{50}$
B) 50(50A + 10B)
C) 10B + 2A
D) 10A + 2B

57. En la recta numérica de la figura, los puntos A y B se ubican en los números racionales $2 \cdot 10^{-4}$ y $5 \cdot 10^{-3}$ respectivamente. Si AP = 2PB, entonces P se ubica en el racional



A) $3{,}2 \cdot 10^{-3}$
B) $3{,}4 \cdot 10^{-3}$
C) $3{,}4 \cdot 10^{-5}$
D) $3{,}4 \cdot 10^{-7}$

58. En la tabla se muestran aproximadamente las masas del Sol, la Tierra y La Luna:

Cuerpo espacial	**Masa (kg)**
Sol	$2 \cdot 10^{30}$
Tierra	$6 \cdot 10^{24}$
Luna	$7 \cdot 10^{22}$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) La masa del Sol comparada con la de la Tierra es más de $3{,}3 \cdot 10^{5}$ veces.
B) La masa de la Luna sumada con la de la Tierra es más de $6 \cdot 10^{24}$ kg.
C) La masa de la Tierra excede a la de la Luna en más de $5{,}9 \cdot 10^{24}$ kg.
D) Un millón de veces la masa de la Tierra es menor a la masa del Sol.

59. La fuerza gravitacional F entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 (medidas en kg) está dada por $F = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$, donde G es la constante de gravitación universal que es aproximadamente $6{,}7 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 y r es la distancia entre los centros de los cuerpos.
Si $m_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ kg, $m_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ kg y $r = 2 \cdot 10^{-4}$ m, entonces la fuerza gravitacional entre estos cuerpos es

A) $1{,}34 \cdot 10^{-8}$ N
B) $1{,}34 \cdot 10^{-7}$ N
C) $1{,}34 \cdot 10^{-6}$ N
D) $1{,}34 \cdot 10^{-5}$ N

60. Si m y n son números racionales tales que m > n, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

A) $\dfrac{1}{m} < \dfrac{1}{n}$

B) $\dfrac{1}{m+n} > \dfrac{1}{n}$

C) $\dfrac{1}{m-n} > \dfrac{1}{n}$

D) $(m - n)^2 > n - m$