

Capítulo 16

PROBABILIDADES

Los orígenes de la probabilidad se remontan desde el siglo XVI, cuando **Gombauld**, propuso a Pascal un problema de cómo repartir las apuestas entre los jugadores antes de que el juego concluya. Actualmente, las probabilidades presentan múltiples aplicaciones en áreas tan diversas como la meteorología, la biología, la química, la astronomía, la aviación comercial, la industria farmacéutica, la medicina, la industria, la predicción de atentados terroristas, etc.



CONCEPTOS CLAVES

- Regla de Laplace
- Probabilidad de unión de eventos
- Ley de los Grandes Números
- Probabilidad de intersección de eventos

✓ REGLA DE LAPLACE

La regla de Laplace, nos permite calcular la probabilidad de un evento como el cociente entre los casos favorables y los casos totales. La restricción a esta regla es que los casos son equiprobables, es decir todos los elementos del espacio muestral tienen la misma probabilidad.

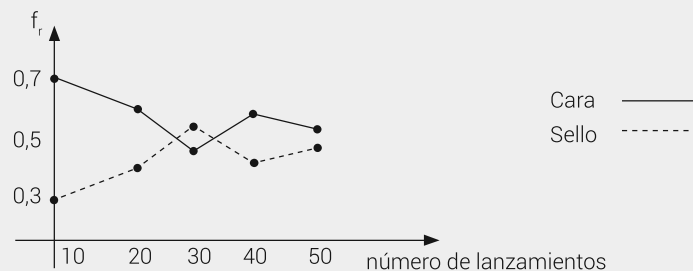
$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos totales}}$$

Observación: si se lanza una moneda dos veces y afirmamos que los elementos del espacio muestral son cara-cara, sello-sello y cara-sello, por lo tanto la probabilidad de cara-sello es $\frac{1}{3}$, es un error debido a que los elementos del espacio muestral no son equiprobables. En este caso debes considerar como espacio muestral {cara-cara, sello-sello, cara-sello, sello-cara}, por lo tanto la probabilidad de cara-sello es $\frac{2}{4}$ o un 50%.

✓ LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS

La ley de los Grandes Números señala que si un experimento se repite muchísimas veces, la frecuencia relativa de la ocurrencia del suceso se irá acercando a un valor constante, ese valor constante es la probabilidad del suceso.

En la gráfica se observan, como a medida que aumentamos el número de lanzamientos de una moneda, la frecuencia relativa del número de caras y el número de sellos se acerca 0,5, lo que corresponde a la probabilidad del evento.



Ejemplo:

Supongamos que lanzamos una pareja de dados y sumamos los puntajes de ambos dados, esquemáticamente obtenemos el siguiente espacio muestral:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

La probabilidad de que los dados sumen 5 son 4 casos de 36:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Por la Ley de Laplace, tenemos que la probabilidad es $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$, por otra parte, por la Ley de Los Grandes Números,

si repetimos este experimento muchísimas veces, la frecuencia relativa se irá acercando a este valor.

Por ejemplo si lanzamos 3.600 veces esta pareja de dados, tendremos que aproximadamente 400 veces la suma será 5, pero no podemos asegurar que exactamente sea esa cantidad de veces.

✓ PROBABILIDAD DE UNIÓN E INTERSECCIÓN DE EVENTOS

Sean A y B dos eventos, para calcular la probabilidad de $A \cup B$, esto es, que ocurra uno o el otro, ocupamos la siguiente propiedad:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Donde $A \cap B$ se refiere a que ocurran ambos eventos (intersección de los eventos).

Ejemplo:

En una fábrica hay dos turnos, el diurno y el nocturno, la distribución por sexo se muestra en la siguiente tabla:

	hombres	mujeres
diurno	32	18
nocturno	22	8

Si se elige un(a) empleado(a) al azar, ¿cuál es la probabilidad de que trabaje en el turno nocturno o sea de sexo femenino?

Solución:

La probabilidad pedida corresponde a la unión de eventos, por lo tanto tenemos que ocupar la propiedad:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Tenemos que, en el turno nocturno, trabajan $22 + 8 = 30$ personas y el total de empleados es

$32 + 18 + 22 + 8 = 80$, luego $P(\text{nocturno}) = \frac{30}{80}$. Por otro lado, la probabilidad de elegir a alguien del sexo femenino es $\frac{26}{80}$, además la probabilidad de que ocurran ambos eventos, es decir que sea del turno nocturno y sea del sexo femenino es $\frac{8}{80}$.

$$\text{Entonces, } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{30}{80} + \frac{26}{80} - \frac{8}{80} = \frac{48}{80} = \frac{3}{5}.$$

Observación: al calcular la probabilidad de que trabaje en el turno nocturno dijimos que eran 30 personas de un total de 80, por otro lado al calcular la probabilidad de que sea de sexo femenino es 26 de 80, si sumamos ambas cantidades, obtenemos 56 de 80, al hacerlo así estaríamos considerando las personas de sexo femenino que trabajan en el turno nocturno en ambas cantidades, por esto debemos restar 8 de 80, de modo que $P(A \cup B) = \frac{30}{80} + \frac{26}{80} - \frac{8}{80}$. La probabilidad de $A \cap B$ se puede calcular multiplicando las probabilidades de A y B, solo en el caso en que los eventos sean independientes, esto es que la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia del otro.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B), \text{ solo si A y B son independientes.}$$

Por ejemplo si lanzamos un dado y una moneda, la probabilidad de que en el dado salga un 4 y en la moneda salga un sello, se calcula multiplicando la probabilidad de ambos eventos, ya que la ocurrencia de uno no afecta al otro, entonces, $P(4 \text{ y } S) = P(4) \cdot P(S) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$.

Si lanzamos un dado y una moneda, la probabilidad de que en el dado salga un 4 o en la moneda salga el sello, debemos calcularlo utilizando la propiedad: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

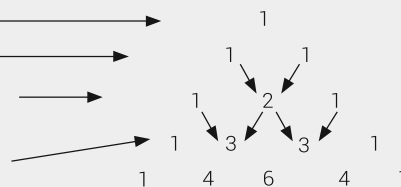
$$\text{En este caso } P(4) = \frac{1}{6}, P(S) = \frac{1}{2} \text{ y por lo visto anteriormente } P(4 \text{ y } S) = P(4) \cdot P(S) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12},$$

$$\text{luego } P(4 \text{ o } S) = P(4) + P(S) - P(4 \text{ y } S) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$$

✓ TRIÁNGULO DE PASCAL

El triángulo de Pascal es una configuración numérica, donde en cada fila se empieza y se termina con un uno y los términos del medio se obtienen al sumar los dos términos cercanos que están en la fila superior.

- Primera fila, ponemos un uno.
- Segunda fila, ponemos dos unos.
- Tercera fila, un uno al principio, otro al final y el número central es la suma de los dos unos que están en la fila superior.
- Cuarta fila, un uno al principio, otro al final y los números del medio se obtienen sumando los números cercanos de la fila superior, etc.



Veamos ahora, como se aplica al cálculo de probabilidades.

Supongamos que lanzamos 4 monedas, entonces nos dirigimos a la quinta fila, o bien nos podemos guiar buscando aquella fila cuyo segundo número es un 4:

	1	4	6	4	1
Ponemos entonces	C^4	C^3S	C^2S^2	CS^3	S^4

Observa que los exponentes de C van bajando mientras los de S van subiendo, pero si sumas ambos siempre se obtiene 4.

Entonces $4C^3S$, hace alusión que hay cuatro casos en que hay tres caras y un sello, $6C^2S^2$, nos indica que hay seis casos en que hay dos caras y dos sellos, $4CS^3$, indica que hay cuatro casos que hay una cara y tres sellos, etc. El total de casos se obtiene sumando todos los coeficientes:

$$1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16.$$

De lo anterior, tenemos entonces que si lanzamos 4 monedas la probabilidad de que salgan dos

caras y dos sellos, son 6 casos de un total de 16, es decir la probabilidad es $\frac{6}{16}$ o bien $\frac{3}{8}$.

Para calcular la probabilidad de obtener a lo más dos caras, tendríamos 11 casos favorables:

1	4	6	4	1
C^4	C^3S	C^2S^2	CS^3	S^4

Luego la probabilidad es $\frac{11}{16}$.

El triángulo de Pascal lo podemos ocupar siempre que tengamos solo dos casos posibles, como cara-sello, encendido-apagado, varón-hembra, verdadero-falso, etc. Además el método visto en esta sección, es válido cuando ambos eventos son equiprobables.

EJERCICIOS RESUELTOS

1. En una caja hay 6 bolitas blancas y 3 rojas, en una segunda caja hay 4 bolitas blancas y 2 rojas. Si se saca una bolita de cada caja, ¿cuál es la probabilidad de que sean del mismo color?

- A) $\frac{1}{9}$
- B) $\frac{4}{9}$
- C) $\frac{5}{9}$
- D) $\frac{1}{3}$

Solución:

Acá tenemos que considerar dos casos favorables, sacar blanca-blanca o roja-roja.

La probabilidad de sacar una bolita blanca de la primera caja es $\frac{6}{9}$ o $\frac{2}{3}$, sacar blanca de la segunda caja es $\frac{4}{6}$ o $\frac{2}{3}$, utilizando que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ para eventos independientes, tenemos que la probabilidad de sacar

blanca de la primera y blanca de la segunda es $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$. Por otro lado, sacar roja de la primera caja es $\frac{1}{3}$ y roja

de la segunda también es $\frac{1}{3}$, por lo tanto sacar bolitas rojas en ambas cajas es $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$, como puede ocurrir

blanca-blanca o roja-roja, sumamos ambas probabilidades: $\frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$, respuesta C)

2. Se ha consultado a 30 personas si endulzan su té o café con endulzante o azúcar. Las respuestas de sus preferencias se muestran en la siguiente tabla:

	Hombres	Mujeres
Azúcar	12	8
Endulzante	6	4

Si se elige uno de las personas consultadas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea de sexo femenino o haya elegido endulzante?

- A) $\frac{11}{15}$
 B) $\frac{2}{15}$
 C) $\frac{8}{15}$
 D) $\frac{3}{5}$

Solución:

Si "F" es el evento de ser de sexo femenino y "E" es el evento haber elegido endulzante, tenemos que calcular $P(F \cup E)$, como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, entonces hay que calcular las probabilidades respectivas y ocupar esta propiedad.

Se tiene que $P(F) = \frac{12}{30}$, $P(E) = \frac{10}{30}$, $P(F \cap E) = \frac{4}{30}$,

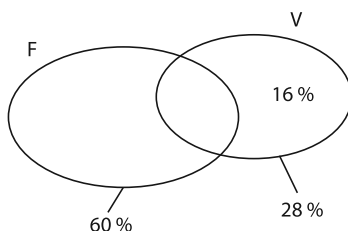
Luego $P(F \cup E) = P(F) + P(E) - P(F \cap E) = \frac{12}{30} + \frac{10}{30} - \frac{4}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$, respuesta D).

3. En un cierto curso, deben elegir un taller optativo para practicar fútbol o vóleibol o ambos. Si se elige un(a) alumno(a) al azar, la probabilidad de que elija fútbol es un 60%, que elija vóleibol es de un 28% y que elija vóleibol y no fútbol es un 16%, ¿cuál es la probabilidad de que elija fútbol y no vóleibol?

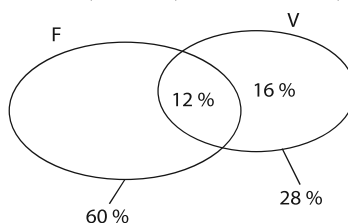
- A) 0,12
 B) 0,32
 C) 0,38
 D) 0,48

Solución:

Si ocupamos un diagrama de Venn para representar la situación, tenemos lo siguiente:



Si restamos 28% con 16% obtenemos 12%, que es la probabilidad de que practique ambos deportes:



Ahora restamos 60% con 12%, nos da 48% que sería la probabilidad de que practique fútbol pero no vóleibol, respuesta D).

4. Se tienen tres cajas: A, B y C. En A hay tres bolitas blancas y dos negras, en B hay 2 blancas y tres negras y en C hay 4 blancas y 2 negras. Si se saca una bolita de cada caja, ¿cuál es la probabilidad de sacar 2 bolitas blancas y una negra?

- A) $\frac{1}{5}$
 B) $\frac{2}{25}$
 C) $\frac{6}{25}$
 D) $\frac{32}{75}$

Solución:

En esta situación los casos favorables son bbn, bnb, nbb, calcularemos cada una de estas probabilidades y luego las sumamos.

Caso bbn, la probabilidad de blanca en A es $\frac{3}{5}$, blanca en B es $\frac{2}{5}$ y negra en C es $\frac{2}{6}$, entonces

$$P(bbn) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{25}, \text{ análogamente obtenemos que } P(bnb) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{6}{25} \text{ y } P(nbb) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{8}{75},$$

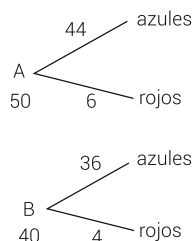
sumando las tres probabilidades, obtenemos: $\frac{2}{25} + \frac{6}{25} + \frac{8}{75} = \frac{32}{75}$, respuesta D).

5. Una librería ha comprado una partida de lápices rojos y azules de las marcas A y B. Se sabe que el total de lápices es 90, de los cuales 40 son de la marca B y hay un total de 10 rojos de los cuales 4 son de la marca B, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Si se elige un lápiz al azar, la probabilidad de que sea rojo es $\frac{1}{9}$.
 B) Si se elige un lápiz al azar, es mayor la probabilidad de obtener un lápiz rojo en la marca A que en la marca B.
 C) Si se elige un lápiz al azar, la probabilidad de elegir uno azul de la marca B es mayor al 50%.
 D) Si se elige al azar un lápiz dentro de los azules, la probabilidad de que sea de A es un 55%.

Solución:

La información dada en el enunciado se puede ordenar en un diagrama de árbol como se muestra a continuación:



En A), el número de lápices rojos son 10 de un total de 90, luego la probabilidad es $\frac{10}{90}$ o $\frac{1}{9}$, luego A) es verdadera.

En B), la probabilidad de obtener rojo en la marca A es $\frac{6}{50} = 0,12$, mientras que en la marca B es $\frac{4}{40} = 0,1$, luego la afirmación es verdadera.

En C), la probabilidad de elegir un lápiz azul de la marca B es $\frac{36}{90}$ lo que es menor al 50%, por lo tanto C) es falsa.

En D), los lápices azules son $44 + 36 = 80$, y de estos los que son de A son 44, luego la probabilidad es $\frac{44}{80}$ o bien $\frac{11}{20}$, que equivale al 55% luego la afirmación es verdadera. Por lo tanto la falsa es C).

6. Las probabilidades de que tres basquetbolistas acierten en un tiro libre son 0,8, 0,8 y 0,9 respectivamente. Si los eventos son independientes, y cada uno lanza un tiro libre, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos acierte?

- A) 0,4%
- B) 50%
- C) 99%
- D) 99,6%

Solución:

Observa que el evento pedido es complementario al evento de que ninguno de ellos acierte.

La probabilidad de los tres no acierten es: $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,1 = 0,004$ (se multiplican porque son eventos independientes entre sí), por lo tanto la probabilidad de que al menos uno de ellos acierte es $1 - 0,004 = 0,996$, luego la probabilidad pedida es 99,6%, respuesta D).



ATENCIÓN

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podrás encontrar material como:

- Clases con contenidos
- Videos con resolución de ejercicios
- Mini Ensayos - Ensayos y ¡mucho más!





Visita nuestro
portal educativo

EJERCICIOS DE PRÁCTICA

1. ¿Cuál de los siguientes eventos es más probable al lanzar un dado?

- A) Que salga un número impar.
- B) Que salga un múltiplo de seis.
- C) Que salga un número divisor de seis.
- D) Que salga un número primo.

2. Al lanzar un dado, la probabilidad que el resultado sea par o primo es

- A) 1
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $\frac{3}{5}$
- D) $\frac{5}{6}$

3. Si se lanzan dos dados, ¿cuál es la probabilidad de que el primero sea un número par y el segundo sea un múltiplo de tres?

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{1}{6}$
- C) $\frac{5}{6}$
- D) $\frac{5}{12}$

4. En la tabla adjunta, se muestran los años que tienen los vehículos que están a la venta en una automotora. Si se elige uno de estos vehículos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga a lo menos 2 años o 4 años?

Años	Frecuencia
1	3
2	4
3	2
4	2
5	1

- A) $\frac{5}{12}$
 B) $\frac{6}{12}$
 C) $\frac{9}{12}$
 D) $\frac{11}{12}$

5. Una profesora indica a sus estudiantes que en una caja hay una cierta cantidad de bolitas negras y rojas, todas del mismo tipo y pide a cuatro de ellos que le indiquen qué información se necesita conocer para determinar cuál es la probabilidad de que al sacar una bolita de esta caja, esta sea de color rojo.

- **Mariela** dice que bastaría con saber la diferencia entre la cantidad de bolitas de distinto color.
- **Andrés** dice que es suficiente conocer el total de bolitas que hay en la caja.
- **Manuel** dice que es suficiente conocer el porcentaje de bolitas rojas que hay en la caja.
- **Sara** dice que bastaría con conocer la cantidad de bolitas rojas que hay en la caja.

¿Cuál de los estudiantes está en lo correcto?

- A) Mariela
 B) Andrés
 C) Manuel
 D) Sara

6. En una caja se tienen diez bolitas numeradas del 0 al 9. Si se extraen dos con reposición, ¿cuál es la probabilidad de que las bolitas extraídas sean impares e iguales?

- A) $\frac{1}{10}$
B) $\frac{5}{81}$
C) $\frac{2}{9}$
D) $\frac{1}{20}$

7. La probabilidad de que un evento ocurra es p , y la ocurrencia del evento es independiente de lo que haya ocurrido anteriormente. ¿Cuál es la probabilidad de que **no** ocurra en dos intentos seguidos?

- A) $1 - p^2$
B) $(1 - p)^2$
C) $1 + p^2$
D) p^2

8. En un cierto experimento, la probabilidad de que ocurra el suceso A es p y la probabilidad de que ocurra el suceso B es q . Si los sucesos son independientes, ¿cuál es la probabilidad de que ocurra B o no ocurra A?

- A) $q(1 - p)$
B) $q + (1 - p)$
C) $q + (1 - p) - q(1 - p)$
D) $1 - pq$

9. En una tómbola hay 15 bolitas negras y 15 rojas, cada color numeradas del 1 al 15, ¿cuál es la probabilidad de que al elegir una bolita salga el número 13 o salga de color negro?

- A) $\frac{14}{30}$
B) $\frac{15}{30}$
C) $\frac{16}{30}$
D) $\frac{17}{30}$

10. La distribución por sexo en los dos cursos de primero medio de un colegio, se muestra en la siguiente tabla:

	hombres	mujeres
1° A	20	10
1° B	18	12

Si de estos alumnos(as) se elige un(a) alumno(a) al azar, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La probabilidad de que sea mujer es $\frac{22}{60}$.
- B) La probabilidad de que sea del 1°A es $\frac{1}{2}$.
- C) La probabilidad de que sea un estudiante varón del 1°B es $\frac{18}{30}$.
- D) La probabilidad de que sea un estudiante varón o del 1°A es $\frac{4}{5}$.
11. Juan y Andrés juegan lanzando 4 dados, y gana aquél que consiga que solo tres dados marquen un número par, ¿cuál es la probabilidad de ganar en este juego?

- A) $\frac{1}{16}$
- B) $\frac{1}{8}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{3}{16}$

12. Se tienen dos cajas con bolitas negras y blancas. La primera tiene 3 blancas y 4 negras y la segunda dos blancas y 6 negras. Si se elige una bolita de cada caja (cada caja tiene la misma probabilidad de ser elegida), ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos una de las bolitas sea negra?

- A) $\frac{3}{7}$
- B) $\frac{25}{28}$
- C) $\frac{19}{28}$
- D) $\frac{3}{28}$

13. En una caja hay solo bolitas de colores verdes, rojas y blancas todas del mismo tipo. Se sabe que la probabilidad de sacar una blanca es 0,4 y la probabilidad de sacar una bolita verde es el doble de la probabilidad de sacar una bolita roja, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?
- A) La probabilidad de elegir una bolita roja es 0,2.
 - B) La probabilidad de elegir una bolita blanca es el doble de la probabilidad de elegir una bolita roja.
 - C) En la caja hay tantas bolitas verdes como blancas.
 - D) Sacar una bolita verde o una blanca tiene el doble de probabilidad de sacar una bolita roja.
14. Las edades de siete primos medidas en números enteros, fluctúan entre los 16 a los 21 años, ambas edades incluidas, donde la moda es 21 y por cada edad hay al menos un primo. Si se escoge al azar uno de estos primos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- A) La probabilidad de que tenga menos de 18 años es igual a la probabilidad de que tenga más de 19 años.
 - B) La probabilidad de que tenga 16 o 17 años es igual a la probabilidad de que tenga 21 años.
 - C) La probabilidad de que tenga un número par de años es igual a la probabilidad de que tenga un número impar de años.
 - D) La probabilidad de que tenga menos de 18 años es igual a la probabilidad de que tenga a lo menos 20 años.
15. En un concurso de TV, en una urna hay 12 bolitas del mismo tipo, 3 blancas, 4 verdes, 3 azules y 2 rojas. El concursante debe sacar 3 bolitas una tras otra, sin reposición y gana el premio mayor si saca dos bolitas blancas y una roja, ¿cuál es la probabilidad de ganar?
- A) $\frac{1}{110}$
 - B) $\frac{3}{110}$
 - C) $\frac{2}{110}$
 - D) $\frac{1}{48}$

16. Se ha lanzado un dado dos veces, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La probabilidad de que la suma sea 8 es $\frac{5}{36}$.
- B) La probabilidad de que las dos veces salga el mismo número es $\frac{1}{6}$.
- C) La probabilidad de que uno de los números obtenidos sea el doble del otro es $\frac{1}{6}$.
- D) La probabilidad de que la suma de los números obtenidos sea par es $\frac{1}{4}$.

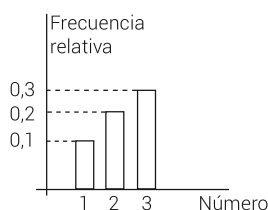
17. Se lanzan dos dados y se suman los números obtenidos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La probabilidad de que la suma sea 5 es igual a la probabilidad de que la suma sea 9.
- B) 7 es la suma con mayor probabilidad.
- C) La probabilidad de que la suma sea a lo menos 7 es $\frac{7}{12}$.
- D) La probabilidad de que la suma sea a lo menos 6 es $\frac{1}{2}$.

18. En una caja hay 4 bolitas blancas y 2 negras y en otra hay 4 bolitas blancas y 6 negras. Si se saca una bolita de cada caja, ¿cuál es la probabilidad de sacar dos del mismo color ? (las cajas tienen la misma probabilidad de ser elegidas)

- A) $\frac{4}{15}$
- B) $\frac{1}{5}$
- C) $\frac{7}{15}$
- D) $\frac{8}{15}$

19. En una caja hay bolitas con los números marcados del 1 al 4. En el siguiente gráfico se muestra la frecuencia relativa de algunos de estos números, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) La probabilidad de sacar un 1 o un 4 es 50%.
- B) La probabilidad de sacar un impar tiene la misma probabilidad que sacar un 4.
- C) La probabilidad de sacar un par o un divisor de 2 es 0,9.
- D) La probabilidad de sacar un 1 o un 4 es igual a la probabilidad de sacar un 2 o un 3.

- 20.** Dos amigas, Laura y Renata tienen en sus carteras monedas de \$50 de \$100 y de \$500. En la siguiente tabla se muestra la probabilidad de sacar una moneda de un cierto tipo en sus respectivas carteras:

	\$ 50	\$ 100	\$ 500
Laura	0,3	0,5	0,2
Renata	0,15	0,25	0,6

Si cada una saca una moneda, para dar una propina, ¿cuál es la probabilidad de que entre ambas den una propina de a lo menos \$ 600?

- A) $0,2 \cdot 0,6$
 B) $0,5 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,25$
 C) $(0,5 \cdot 0,6) + (0,2 \cdot 0,25) + (0,2 \cdot 0,6)$
 D) $(0,5 + 0,6) \cdot (0,2 + 0,25) \cdot (0,2 + 0,6)$
- 21.** En una caja hay 3 bolitas blancas y 2 rojas, en otra caja hay 2 blancas y 4 rojas. Si se saca una bolita de cada caja, ¿cuál es probabilidad de que sean del mismo color?

- A) $\frac{1}{5}$
 B) $\frac{4}{15}$
 C) $\frac{7}{15}$
 D) $\frac{8}{15}$

- 22.** Un dado cargado es tal que la probabilidad de que salga un número par y múltiplo de tres es 0,1, que salga un impar y divisor de seis es 0,2 y que salga un número par y divisor de 12 es 0,6, ¿cuál es la probabilidad de que salga el número 5?

- A) 0,1
 B) 0,2
 C) 0,3
 D) 0,4

23. Un portal de ventas de automóviles de internet ofrece 200 vehículos entre camionetas y autos, de los cuales hay nuevos y usados. Se sabe que, los autos nuevos son 40, el total de camionetas 98 y los vehículos usados corresponden al 55%. Si se elige un vehículo al azar, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA** ?

- A) La probabilidad de que sea una camioneta nueva es 0,25.
- B) La probabilidad de que sea una camioneta usada es 0,24.
- C) La probabilidad de que sea un auto o un vehículo nuevo es 0,96.
- D) La probabilidad de que sea un auto nuevo es 0,2.

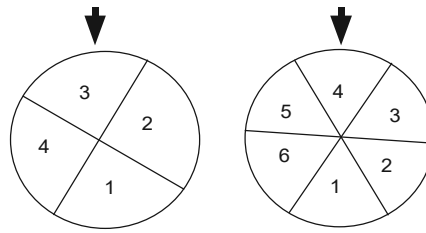
24. En una tienda de ropa quedan poleras de la temporada de verano pasado y desean ponerlas en liquidación, se sabe que quedan solo de colores verde y rojo, de tallas M y S. Al hacer el inventario notan que $\frac{1}{3}$ son verdes y de estas $\frac{4}{5}$ son M, mientras que de las rojas, $\frac{2}{3}$ son M, si se colocan todas estas poleras en liquidación y un cliente saca una al azar, ¿cuál es la probabilidad de que elija una de talla S?

- A) $\frac{1}{8}$
- B) $\frac{7}{15}$
- C) $\frac{8}{15}$
- D) $\frac{13}{45}$

25. Se tienen dos urnas, cada una con bolitas numeradas con números enteros positivos, de modo que en la primera urna la probabilidad de extraer una bolita marcada con un número par es un 0,8 y la probabilidad de sacar una bolita numerada con un número impar en la segunda urna es 0,6. Si se saca una bolita de cada urna y se suman los números que aparecen en ellas, ¿cuál es la probabilidad que esta suma sea un numero par?

- A) $0,8 \cdot 0,4$
- B) $(0,8 \cdot 0,4) + (0,2 \cdot 0,6)$
- C) $(0,8 \cdot 0,6) + (0,2 \cdot 0,4)$
- D) $(0,8 + 0,4) \cdot (0,2 + 0,6)$

26. Las ruletas de las figuras tienen sus sectores circulares respectivos congruentes.



Si se lanzan las dos ruletas y se suman los números obtenidos, ¿cuál es la probabilidad de que esta suma sea a lo sumo 3 o mayor que 8?

- A) $\frac{1}{4}$
 B) $\frac{1}{8}$
 C) $\frac{1}{6}$
 D) $\frac{7}{24}$

27. Se lanza una moneda 4 veces, ¿cuál de las siguientes afirmaciones **NO** es verdadera?

- A) La probabilidad de que salgan a lo menos 2 caras es $\frac{11}{16}$.
 B) La probabilidad de que salgan a lo más 3 sellos es $\frac{15}{16}$.
 C) La probabilidad de que salgan tantas caras como sellos es $\frac{3}{8}$.
 D) La probabilidad de que salgan menos de 2 sellos es igual a la probabilidad de que salgan a lo más 2 caras.

28. Un jardín infantil tiene 43 bebés en sala cuna, de los cuales 23 son de sexo femenino.

Si 9 de los bebés se enfermaron en el invierno pasado, de los cuales 4 eran niños, ¿cuál es la probabilidad de que si elige un bebé al azar este sea de sexo femenino o se enfermó en invierno?

- A) $\frac{32}{43}$
 B) $\frac{27}{43}$
 C) $\frac{9}{43} + \frac{27}{43}$
 D) $\frac{1}{43}$

29. En una caja hay bolitas rojas, verdes y amarillas. Si se saca una bolita al azar, se sabe que la probabilidad de sacar una que no sea amarilla es $\frac{2}{3}$, la probabilidad de sacar una roja o amarilla es $\frac{4}{5}$, ¿cuál es la probabilidad de sacar una bolita roja?

- A) $\frac{1}{5}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{7}{15}$
- D) $\frac{8}{15}$

30. En una tómbola hay bolitas marcadas con números enteros positivos, se sabe que hay 8 bolitas amarillas y 12 rojas, de las amarillas hay 5 marcadas con números impares y de las rojas hay 4 marcadas con números pares. Si se elige una bolita al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea amarilla o par?

- A) $\frac{3}{4}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) $\frac{3}{20}$
- D) $\frac{3}{5}$

31. Un plantel de fútbol está formado por 3 arqueros, 6 defensas, 8 mediocampistas y 4 delanteros. Si se eligen dos jugadores al azar, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA** ?

- A) La probabilidad de que los dos sean delanteros es $\frac{1}{35}$.
- B) La probabilidad de que uno sea delantero y el otro arquero es $\frac{1}{35}$.
- C) La probabilidad de que ninguno sea defensa es $\frac{1}{2}$.
- D) La probabilidad de que ninguno sea arquero o defensa es $\frac{11}{35}$.

32. Una moneda está cargada de tal forma que es cuatro veces más probable que se obtenga una cara que un sello. Si la moneda se lanza dos veces, ¿cuál es la probabilidad de **NO** obtener dos caras?

A) $\frac{1}{16}$

B) $\frac{1}{25}$

C) $\frac{8}{25}$

D) $\frac{9}{25}$

33. En un comedor hay 4 ampolletas, las cuales pueden estar encendidas o apagadas independientemente unas de otras y para cada ampolleta la probabilidad de estar prendida es igual a la probabilidad de estar apagada. Si un niño juega con las 4 luces prendiéndolas y apagándolas, ¿cuál es la probabilidad de que queden dos encendidas y dos apagadas?

A) $\frac{1}{16}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{3}{8}$

D) $\frac{3}{4}$

34. Se lanzan dos dados y una moneda, ¿cuál es probabilidad de que en la moneda salga sello y que los dados sumen 6?

A) $\frac{1}{18}$

B) $\frac{1}{24}$

C) $\frac{7}{12}$

D) $\frac{5}{72}$

35. En un colegio los estudiantes deben elegir entre los talleres de Voleybol y Fútbol, pudiendo elegir cualquiera de ellos, ambos o ninguno. Se sabe que si se elige uno de los estudiantes al azar, la probabilidad de que no haya elegido estos talleres es 0,1, la probabilidad de que haya elegido voleybol es 0,42 y la probabilidad de que haya elegido ambos talleres es 0,12, ¿cuál es la probabilidad de que este estudiante haya elegido fútbol y no voleybol ?

A) 0,36
B) 0,48
C) 0,58
D) 0,60

36. Una moneda está cargada de modo que la probabilidad de que salga cara es 0,6, si se lanza dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que salga una cara y un sello?

A) 0,24
B) 0,48
C) 0,5
D) 0,52

37. En una industria hay dos máquinas A y B, del total de artículos producidos, los $\frac{2}{3}$ provienen de la máquina A, de lo fabricados por esta máquina, $\frac{1}{10}$ están fallados, mientras que de los fabricados por B, $\frac{4}{5}$ no están fallados. De los artículos producidos por estas máquinas, se elige uno al azar, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) La probabilidad de que lo haya fabricado B y no esté fallado es $\frac{4}{15}$.
B) La probabilidad de que haya sido fabricado por A y esté fallado es igual a la probabilidad de que haya sido producido por B y esté fallado.
C) La probabilidad de que sea producido por A y no esté fallado es $\frac{3}{5}$.
D) La probabilidad de elegir un artículo fallado es $\frac{3}{10}$.

38. La probabilidad de que salga cara en una moneda cargada es el triple de que caiga en sello. Si se lanza la moneda 800 veces, por la Ley de los Grandes Números, la cantidad de caras que deberían salir es cercano a

A) 200
B) 300
C) 400
D) 600

39. Se toma un test de 4 preguntas de verdadero o falso a 1.600 personas y cada una de ellas las contesta al azar. La Ley de los Grandes Números permite afirmar que

A) en un grupo de 400 personas, hay 100 que tienen 3 buenas.
 B) en un grupo de 500 personas hay aproximadamente 100 obtienen 2 preguntas buenas.
 C) aproximadamente, el 25% obtuvo una pregunta buena.
 D) aproximadamente, un 40% obtuvo más de 2 preguntas buenas.

40. Se lanzan 12.000 veces dos dados no cargados, entonces según la Ley de los Grandes Números, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) 1000 veces la suma saldrá un 4.
 B) aproximadamente, 6.000 veces la suma será a lo sumo igual a 6.
 C) aproximadamente, 2.000 veces la suma será a lo menos 10.
 D) por cada 1200 veces, 200 veces la suma será un 7.

41. Se tienen dos cajas, cada una con bolitas numeradas del 1 al 4. En las siguientes tablas aparecen las probabilidades de elegir cada una de las bolitas en cada una de las cajas:

Caja 1		Caja 2	
número	probabilidad	número	probabilidad
1	0,2	1	0,3
2	0,1	2	0,25
3	0,3	3	0,45
4	0,4	4	0,1

Si se elige una bolita de cada, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) La probabilidad de que sumen 2 es 0,5.
 B) La probabilidad de que sumen 3 es 0,08.
 C) La probabilidad de que sumen 4 es superior al 20%.
 D) La probabilidad de que sumen más que 7 es un 4%.

42. En la tabla adjunta se muestra la distribución por color de las bolitas que se encuentran en una caja. Si los colores que aparecen en la tabla son los únicos que tienen las bolitas y estas son de igual tamaño y tienen un solo color, ¿cuál es la probabilidad de elegir una bolita que sea roja o blanca?

color	Frecuencia	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa
rojo			0,10
verde	3		0,15
azul		12	
blanco			

A) 0,2
 B) 0,24
 C) 0,25
 D) 0,5

43. Se tienen dos tómbolas con bolitas numeradas, en las siguientes tablas se muestran los números que hay en las tómbolas y la cantidad de bolitas que tienen marcado ese número:

Tómbola 1		Tómbola 2	
número	Cantidad de bolitas	número	Cantidad de bolitas
-1	10	-2	25
-2	15	3	15
3	25	4	10

Si se saca una bolita de la tómbola 1 y posteriormente una de la tómbola 2 y después se multiplican los números obtenidos, ¿cuál es la probabilidad de que el producto sea positivo?

- A) $\frac{2}{5}$
 B) $\frac{1}{2}$
 C) $\frac{1}{4}$
 D) $\frac{3}{5}$

44. En una pequeña empresa hay 20 funcionarios que se dividen en administrativos y vendedores. Se sabe que el total de vendedores es 12 y hay 6 mujeres de las cuales hay 2 administrativas, si se elige una persona al azar de esta empresa, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La probabilidad de que sea una mujer vendedora es 0,2.
 B) La probabilidad de que sea un administrativo de cualquier sexo o de sexo femenino es 0,7.
 C) La probabilidad de elegir un administrativo de cualquier sexo es 0,4.
 D) La probabilidad de elegir un vendedor de sexo masculino es 0,4.

45. En dos cajas hay tarjetas de colores: negras, verdes y rojas, en las tablas que aparecen a continuación se muestra la probabilidad de elegir cada color en cada una de las cajas:

Caja 1		Caja 2	
Color	Probabilidad	Color	Probabilidad
Negra	0,2	Negra	0,1
Roja	0,5	Roja	0,6
Verde	0,3	Verde	0,3

Si se saca una tarjeta de cada caja, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La probabilidad de que sean del mismo color es 0,41.
 B) La probabilidad de sacar una roja y una verde es 0,33.
 C) La probabilidad de que las dos no sean negras es 0,72.
 D) La probabilidad de que al menos una sea verde es 0,72.

46. En un consultorio de una cierta comuna el mes pasado se atendieron 200 bebés de los cuales 80 eran de sexo masculino. Si se elige un bebé varón, la probabilidad de que esté infectado con una gripe estacional es 0,2, mientras que de los de sexo femenino la probabilidad de que no esté infectado de una gripe estacional es 0,85, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- A) 42 bebés están infectados con gripe estacional.
B) 40 bebés son de sexo masculino y están infectados con gripe estacional.
C) 166 bebés no están infectados con gripe estacional.
D) 177 bebés son de sexo femenino y no están infectados con gripe estacional.
47. En una oficina trabajan 8 hombres y 6 mujeres. Si se va a elegir una comisión formada por tres integrantes, ¿cuál es la probabilidad de que esté integrada por 2 hombres y una mujer?
- A) $\frac{2}{13}$
B) $\frac{6}{13}$
C) $\frac{8}{13}$
D) $\frac{12}{343}$
48. En una caja hay 10 bolitas numeradas del 1 al 10. Si se elige una bolita al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el número obtenido sea par o sea un divisor de 6?
- A) $\frac{3}{5}$
B) $\frac{7}{10}$
C) $\frac{4}{5}$
D) $\frac{9}{10}$
49. Una moneda está cargada de modo que la probabilidad de que salga sello es el doble de la probabilidad de que salga cara. Si se lanza la moneda 2 veces, ¿cuál es la probabilidad de que no salgan dos sellos?
- A) $\frac{1}{9}$
B) $\frac{4}{9}$
C) $\frac{5}{9}$
D) $\frac{8}{9}$

50. Una moneda está cargada de modo que la probabilidad de que salga cara es el doble de la probabilidad de que salga sello. Si se lanza la moneda tres veces, ¿cuál es la probabilidad de que salgan 2 caras y 1 sello?

A) $\frac{4}{27}$

B) $\frac{4}{9}$

C) $\frac{2}{27}$

D) $\frac{2}{9}$

51. Los estudiantes de primero medio de un colegio pueden optar a un taller de teatro o uno de danza. Si se elige un(a) alumno(a) de este curso, la probabilidad de que haya elegido el taller de teatro es de un 50%, la probabilidad de que haya elegido el taller de danza es un 40% y la probabilidad de que no haya elegido ninguno de estos talleres es de un 20%, ¿cuál es la probabilidad de que haya elegido solo el taller de teatro?

A) 0,2

B) 0,3

C) 0,4

D) 0,5

52. Se lanza un dado común tres veces, ¿cuál es la probabilidad que en los dos primeros lanzamientos salga el mismo número y en el tercero salga un número distinto?

A) $\frac{5}{6}$

B) $\frac{5}{18}$

C) $\frac{5}{36}$

D) $\frac{5}{216}$

53. Se tienen dos dados cargados, de colores blanco y negro, de modo que la probabilidad de que en el blanco salga par es de un 60% y la probabilidad de que salga impar en el dado negro es de un 30%. Si se lanzan los dados simultáneamente y se suman los números obtenidos, ¿cuál es la probabilidad de que esta suma sea un número par?

A) 0,12

B) 0,42

C) 0,54

D) 0,56

54. Durante la semana pasada, en una sala de un hospital, la probabilidad de que un paciente haya presentado fiebre es 0,15 y la probabilidad de que haya presentado la presión alta es 0,2. Si la probabilidad de que haya presentado los dos síntomas es 0,1, ¿cuál es la probabilidad de que un paciente haya presentado fiebre o presión alta, pero no ambos síntomas?

A) 0,05
 B) 0,15
 C) 0,20
 D) 0,25

55. Un curso tiene 30 alumnos, en la siguiente tabla se muestra la distribución de ausencias que hubo en este curso durante el primer semestre:

Número de ausencias	Número de alumnos
$[0, 2[$	12
$[2, 4[$	8
$[4, 6[$	4
$[6, 8]$	3

Si se elige un estudiante de este curso al azar, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La probabilidad de que haya tenido 2 o 3 ausencias es $\frac{4}{15}$.
- B) La probabilidad de que haya tenido menos de 4 ausencias es $\frac{2}{3}$.
- C) La probabilidad de que haya tenido a lo menos 4 ausencias es $\frac{7}{30}$.
- D) La probabilidad de que haya tenido más de 8 ausencias es $\frac{1}{10}$.

56. En una caja hay a bolitas blancas y b negras, mientras que en una segunda caja hay b bolitas blancas y a negras. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

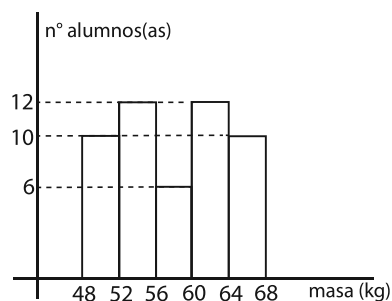
- A) Si se saca una bolita de cada caja, la probabilidad de sacar una bolita blanca en una caja es igual a la probabilidad de sacar una negra de la otra.
- B) Si se saca una bolita de cada caja, la probabilidad de sacar dos blancas es igual a la probabilidad de sacar dos negras.
- C) Si se juntan todas las bolitas en una sola caja, la probabilidad de sacar una bolita negra es igual a la probabilidad de sacar una blanca.
- D) Si se saca una bolita de cada caja, la probabilidad de sacar dos bolitas de igual color es $\frac{ab}{(a+b)^2}$.

57. Se tienen dos dados cargados de seis caras, en las siguientes tablas se muestran las probabilidades de cada número en cada uno de ellos:

Dado 1		Dado 2	
Número	Probabilidad	Número	Probabilidad
1	0,30	1	0,20
2	0,10	2	0,05
3	0,15	3	0,15
4	0,25	4	0,10
5	0,15	5	0,30
6	0,05	6	0,20

Si se lanzan los dos dados, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La probabilidad de que sumen menos de 12 es un 99%.
- B) La probabilidad de que sumen 11 es inferior al 5%.
- C) La probabilidad de que sumen a lo sumo 3 es inferior al 10%.
- D) La probabilidad de que sumen 2 es un 50%.
58. En un consultorio, en un cierto día se han atendido 20 bebés, 12 son de sexo masculino de los cuales 8 estaban infectados del virus sincial y de las de sexo femenino, 5 no se habían contagiado con este virus. Si se elige uno de los bebés atendidos al azar, ¿cuál de las siguientes afirmaciones **FALSA**?
- A) La probabilidad de que no esté infectado con el virus sincial es de un 45%.
- B) Si se elige un bebé de sexo masculino, la probabilidad de que esté contagiado con el virus sincial es $\frac{2}{3}$.
- C) Si se elige un bebé de sexo femenino, la probabilidad de que no esté contagiado es un 62,5%.
- D) Si se elige un bebé contagiado, la probabilidad de que sea de sexo femenino es superior al 40%.
59. Para un estudio de la obesidad de los alumnos de un establecimiento, se ha medido la masa de 50 estudiantes, obteniéndose la distribución que se muestra en el siguiente histograma, donde los intervalos son de la forma $[a, b[$ y el último de la forma $[a, b]$.



Si se elige un(a) alumno(a) al azar, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) La probabilidad de que tenga una masa inferior a 56 kg es de un 44%.
- B) La probabilidad de que tenga una masa de a lo menos 60 kg es de un 44%.
- C) La probabilidad de que tenga una masa superior a 52 kg es de un 80%.
- D) La probabilidad de que tenga una masa de a lo menos 56 kg e inferior a 64 kg es de un 36%.

60. En un cierto curso, llegan colaciones que vienen en bolsas del tipo A y B. Las del tipo A tienen 2 chocolates y 3 frutas y las del tipo B tienen 3 chocolates y 2 frutas. Si en total se tienen 15 bolsas del tipo A y 25 del tipo B y un estudiante elige una bolsa al azar y de ella elige uno de los objetos de su interior al azar, los cuales tienen la misma probabilidad de ser elegidos ¿cuál es la probabilidad de que elija un chocolate?

- A) $\frac{3}{8}$
- B) $\frac{3}{20}$
- C) $\frac{21}{40}$
- D) $\frac{9}{160}$