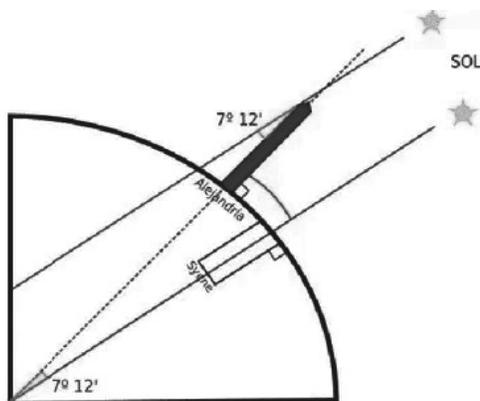
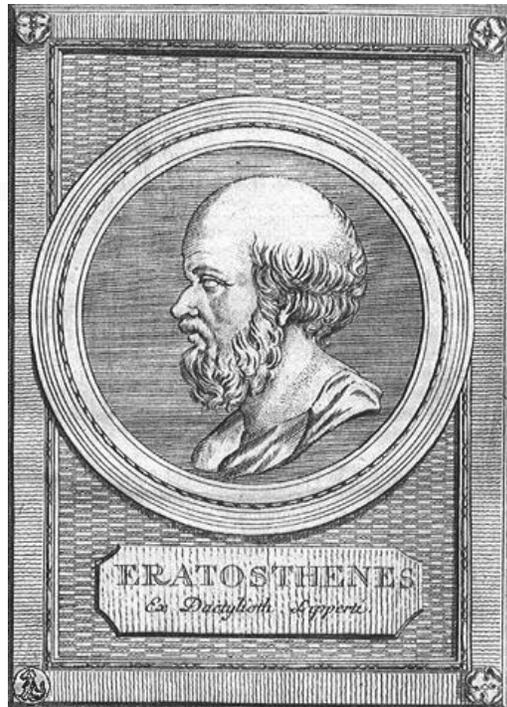


Capítulo 13

GEOMETRÍA DE PROPORCIÓN



Eratóstenes, sabio griego (276 a.C- 294 a. C) utilizando geometría elemental y una simple proporción, pudo concluir que el radio de la Tierra es de 6366 km, muy cercano al valor real que es aproximadamente 6371 km.



CONCEPTOS CLAVES

- Teorema de Thales
- Razón de Semejanza
- Semejanza de triángulos
- Escalas de mapas

✓ DIVISIÓN INTERIOR Y EXTERIOR DE UN TRAZO

Si P divide interiormente al trazo AB en una razón λ , se entenderá que $\frac{AP}{PB} = \lambda$



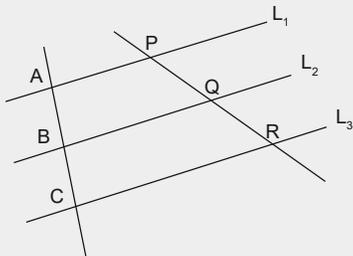
Si P divide exteriormente al trazo AB en una razón λ , se entenderá que $\frac{AP}{PB} = \lambda$ (*)



(*) Nota: si $\lambda < 1$, entonces P se ubicará a la izquierda de A y si $\lambda > 1$ se ubicará a la derecha de B, tal como se muestra en la figura.

✓ TEOREMA DE THALES

Si tenemos un conjunto de rectas paralelas y estas son cortadas por dos rectas, entonces las longitudes de los segmentos que se determinan sobre una de las rectas secantes son proporcionales a las longitudes de los segmentos que se determinan sobre la otra recta secante.

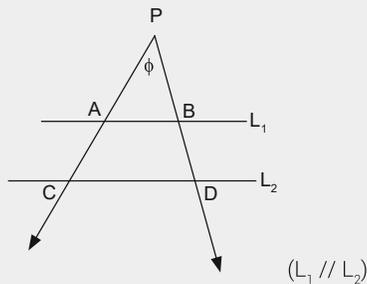


Si $L_1 // L_2 // L_3$, entonces:

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

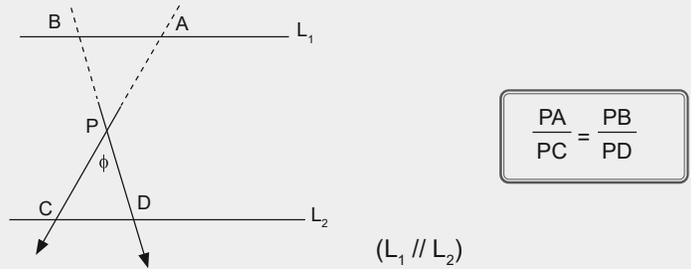
Teorema particular de Thales

Si los lados de un ángulo se cortan por dos o más paralelas entre sí, las longitudes de los segmentos que se determinan sobre una de las transversales son proporcionales a las longitudes de los segmentos que se determinan sobre la otra transversal.



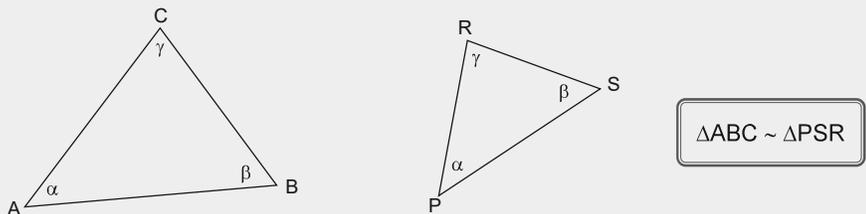
$$\frac{PA}{AC} = \frac{PB}{BD}$$

Lo anterior, también es válido si las rectas cortan a las prolongaciones de los lados del ángulo:



✓ SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son semejantes, si se puede establecer una correspondencia entre los vértices de modo que sus ángulos homólogos son congruentes y los lados homólogos son proporcionales:

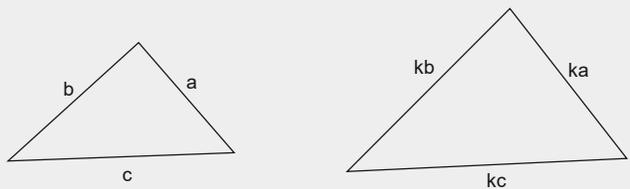


Tenemos que $\frac{AB}{PS} = \frac{BC}{SR} = \frac{AC}{PR} = k$, donde "k" es un número real positivo llamado "razón de semejanza".

Los criterios de semejanza, corresponden a la información mínima necesaria para establecer que dos triángulos son semejantes.

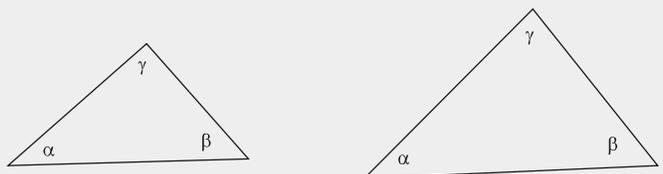
• **Criterio L - L - L**

Dos triángulos son semejantes si sus lados homólogos son proporcionales.



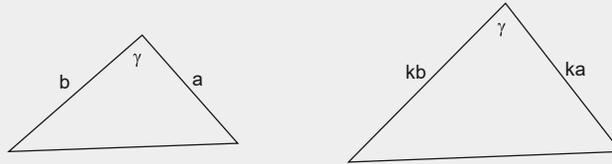
• **Criterio A - A - A**

Dos triángulos son semejantes si sus ángulos homólogos son congruentes.



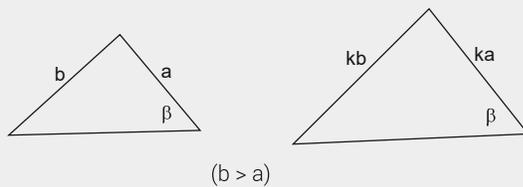
• **Criterio L - A - L**

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados homólogos proporcionales y los ángulos que forman estos lados congruentes.



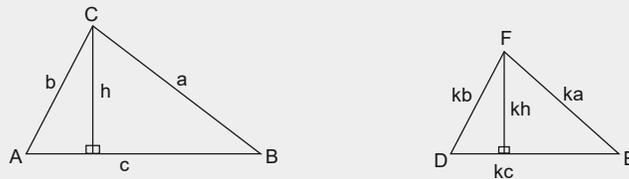
• **Criterio L - L - A**

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados homólogos proporcionales y los ángulos opuestos a los mayores de estos lados congruentes.



Teorema de la semejanza

Si dos triángulos son semejantes, con razón de semejanza "k", entonces sus perímetros también están en la razón k y sus áreas están en la razón k².



Observa en la figura que la razón entre los perímetros es efectivamente k:

$$\frac{\text{Perímetro } \triangle DEF}{\text{Perímetro } \triangle ABC} = \frac{ka + kb + kc}{a + b + c} = k$$

Y la razón entre sus áreas es k²:

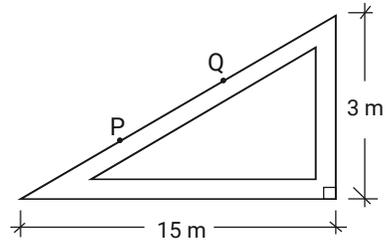
$$\frac{\text{Área } \triangle DEF}{\text{Área } \triangle ABC} = \frac{\frac{kh \cdot kc}{2}}{\frac{hc}{2}} = k^2$$

Observación: este teorema nos permite encontrar la razón entre los perímetros o las áreas de dos figuras semejantes si conocemos la razón entre dos elementos homólogos.

EJERCICIOS RESUELTOS

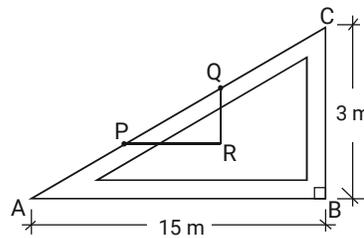
1. En la figura, se muestra la vista lateral de un techo, ¿cuánto se debe avanzar horizontalmente para ir desde el punto P al punto Q, si Q está a 2 m más alto que Q?

- A) 6 m
- B) 10 m
- C) 12 m
- D) 15 m



Solución:

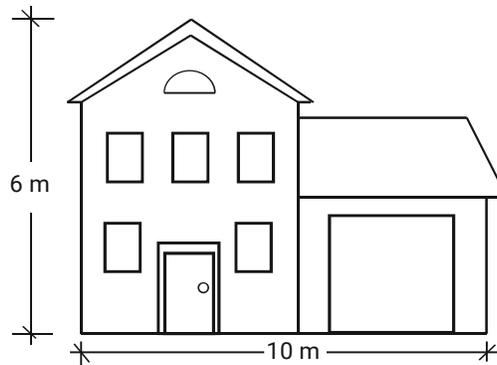
Si trazamos una línea horizontal por P y una vertical por Q tenemos la siguiente situación:



Tenemos entonces que el triángulo ΔPQR es semejante al triángulo ABC y $QR = 2$ m, entonces:

$$\frac{PR}{RQ} = \frac{AB}{BC} \leftrightarrow \frac{PR}{2} = \frac{15}{3} \leftrightarrow PR = 10 \text{ m, respuesta B).}$$

2. Pablo un arquitecto, hará un plano de la casa cuya fachada se muestra a continuación. Si el plano lo hará a escala 1 : 50, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) El ancho de la casa en el plano será de 20 cm.
- B) El alto de la casa en el plano será de 12 cm.
- C) Si el área de la puerta de entrada es 3 m^2 , entonces en el plano será de 12 cm^2 .
- D) Si la cantidad de vidrio de todas las ventanas es 12 m^2 , en el plano será de $0,48 \text{ m}^2$.

Solución:

En A), como la escala es 1 : 50, debemos dividir la longitud real por 50 para obtener la longitud en el plano, como $10 \text{ m} = 1000 \text{ cm}$, dividimos $1000 : 50 = 20$, luego A) es verdadera.

En B), efectuando el mismo análisis que en A), $6 \text{ m} = 600 \text{ cm}$, $600 : 50 = 12 \text{ cm}$, luego B), también es verdadera.

Como C) hace alusión a áreas, ocuparemos que la razón entre las áreas del objeto real y en el plano corresponde al cuadrado de la escala, como $3 \text{ m}^2 = 30000 \text{ cm}^2$, tenemos:

$$\frac{\text{área puerta en el plano}}{\text{área puerta en la realidad}} = \left(\frac{1}{50}\right)^2 \leftrightarrow \frac{x}{30.000} = \frac{1}{2.500} \leftrightarrow x = 12 \text{ cm}^2, \text{ luego C) es verdadera.}$$

Para D), ocuparemos la misma estrategia que en C):

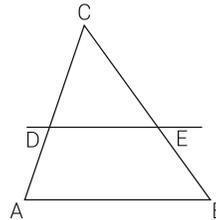
$$\frac{\text{área puerta en el plano}}{\text{área puerta en la realidad}} = \left(\frac{1}{50}\right)^2 \leftrightarrow \frac{x}{120.000} = \frac{1}{2.500} \leftrightarrow x = 48 \text{ cm}^2, \text{ como } 10.000 \text{ cm}^2 = 1 \text{ m}^2, \text{ entonces}$$

$48 \text{ cm}^2 = 0,0048 \text{ m}^2$, luego D) es falsa.

3. En la figura, las rectas AD y BE se intersectan en C y $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$.

Si $CE = 10 \text{ cm}$, $BE = 5 \text{ cm}$ y $\text{área } \triangle DEC = 60 \text{ cm}^2$, ¿cuál es el área del trapecio ABED?

- A) 30 cm^2
 B) 75 cm^2
 C) 90 cm^2
 D) 135 cm^2

**Solución:**

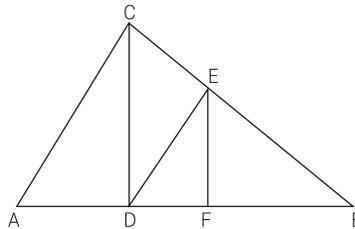
Tenemos que los triángulos ABC y DEC son semejantes (A, A, A), además como $CE : EB = 2 : 1$, entonces $CE : CB = 2 : 3$, por lo tanto la razón de semejanza entre estos triángulos es $2 : 3$ y por el teorema de la semejanza la razón entre sus áreas será $4 : 9$. Como el área del DEC es 60 cm^2 , planteamos una proporción:

$$\frac{\text{área } \triangle DEC}{\text{área } \triangle ABC} = \frac{4}{9} \rightarrow \frac{60}{\text{área } \triangle ABC} = \frac{4}{9} \rightarrow \text{área } \triangle ABC = \frac{9 \cdot 60}{4} = 135 \text{ cm}^2$$

Como $\text{área } \triangle ABC = 135 \text{ cm}^2$ y $\text{área } \triangle DEC = 60 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{área ABED} = 135 - 60 = 75 \text{ cm}^2$, respuesta B).

4. El $\triangle ABC$ de la figura es rectángulo en C , los puntos D y F están en \overline{AB} y E en \overline{BC} , de modo que $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ y $\overline{EF} \perp \overline{AB}$. Si $CD = 9$ cm y $EF = 4$ cm, entonces ¿cuánto mide \overline{DE} ?

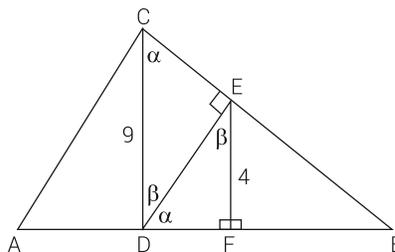
- A) 5 cm
- B) 6 cm
- C) 7,5 cm
- D) 8 cm



Solución:

Tal como se muestra en la siguiente figura, los triángulos CED y DFE son semejantes por tener sus ángulos homólogos congruentes.

Si $\sphericalangle DCE = \alpha$ y $\sphericalangle CDE = \beta$, entonces $\sphericalangle EDF = \alpha$ y $\sphericalangle DEF = \beta$:



Por la semejanza de triángulos, tenemos que:

$$\frac{CD}{DE} = \frac{ED}{FE} \rightarrow \frac{9}{DE} = \frac{ED}{4}, \text{ multiplicando cruzado, tenemos que } DE^2 = 36 \rightarrow DE = 6 \text{ cm, respuesta B).}$$



ATENCIÓN

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podrás encontrar material como:

- Clases con contenidos
- Videos con resolución de ejercicios
- Mini Ensayos - Ensayos y ¡mucho más!

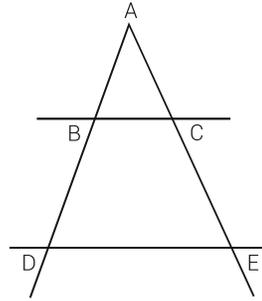


EJERCICIOS DE PRÁCTICA

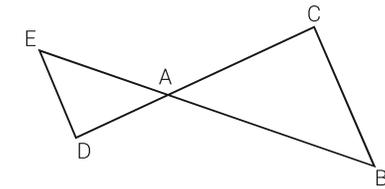


1. En la figura, las rectas DB y CE se intersectan en A y $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$. Si $BC = 2$ cm, $DE = 5$ cm y BD mide un cm más que AB, entonces AB mide

- A) 1 cm
- B) $\frac{2}{3}$ cm
- C) 2 cm
- D) 3 cm



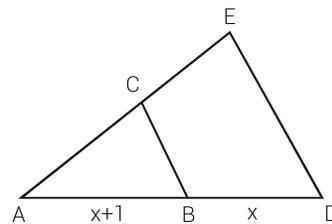
2. En la figura, los segmentos \overline{DC} y \overline{BE} se intersectan en el punto A. Si $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $DA = 4$ cm, $DC = 12$ cm y $BC = 6$ cm, entonces DE mide



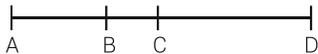
- A) 1,5 cm
- B) 2 cm
- C) 3 cm
- D) 12 cm

3. En la figura, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ y C y B pertenecen respectivamente a \overline{AE} y \overline{AD} . Si $AC = 8$ cm y $CE = 6$ cm, entonces $x =$

- A) 2 cm
- B) 3 cm
- C) 4 cm
- D) 5 cm



4. En la figura, C es punto medio de \overline{AD} y $AB : BC = 3 : 1$. Si $AD = 32$ cm, entonces la medida de \overline{BC} es



- A) 4 cm
- B) 6 cm
- C) 8 cm
- D) 12 cm

5. En la figura, $AP : PB = 2 : 1$ y $PB : PC = 2 : 3$, si $AC = 36$ cm, entonces $AP =$



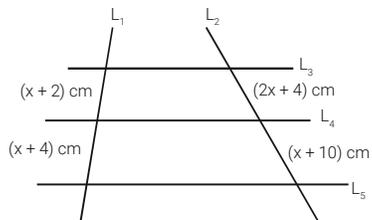
- A) 8 cm
- B) 12 cm
- C) 16 cm
- D) 24 cm

6. En el trazo AB de la figura, $AC : CD = 3 : 2$ y $CD : DB = 1 : 2$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) $AC : DB = 1 : 2$
- B) $AD : DB = 5 : 2$
- C) $AC : CB = 2 : 1$
- D) $AD : CB = 5 : 6$



7. En la figura, las rectas L_1 y L_2 intersectan a las rectas L_3 , L_4 y L_5 .

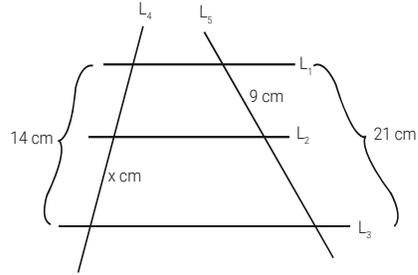


¿Cuánto debe valer x para que las rectas L_3 , L_4 y L_5 sean paralelas?

- A) 2 cm
- B) 4 cm
- C) 8 cm
- D) 16 cm

8. En la figura, L_1 , L_2 y L_3 son paralelas y L_4 y L_5 son secantes a ellas. Según los datos dados, ¿cuánto mide x ?

- A) 6 cm
- B) 7 cm
- C) 8 cm
- D) 12 cm



9. ¿En cuál de las siguientes parejas de figuras, **NO** existe una semejanza entre ellas? (las medidas están en cm)

A) (dos circunferencias)

B) (dos rectángulos)

C) (dos cuadrados)

D) (dos triángulos)

10. ¿En cuál de las siguientes situaciones los dos triángulos **NO** son semejantes?

A)

B)

C)

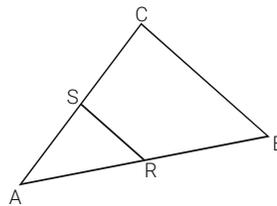
D) (L y L' se cortan en P)

11. Un poste vertical de 2,7 metros de alto, proyecta una sombra en el suelo de 1,8 metros y en ese mismo instante un niño cercano a él, parado verticalmente al suelo, proyecta una sombra de 80 cm, ¿cuál es la estatura del niño?

- A) 90 cm
- B) 100 cm
- C) 120 cm
- D) 150 cm

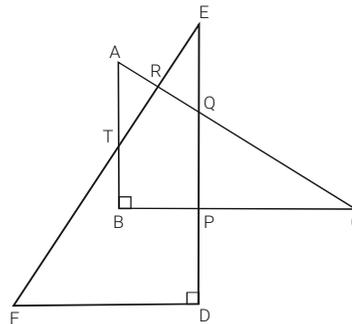
12. En el triángulo ABC de la figura, R y S pertenecen a los lados \overline{AB} y \overline{AC} respectivamente. Si $\overline{SR} \parallel \overline{CB}$, $AR : RB = 2 : 3$ y $SR = 180$ cm, entonces \overline{BC} mide

- A) 240 cm
- B) 270 cm
- C) 360 cm
- D) 450 cm



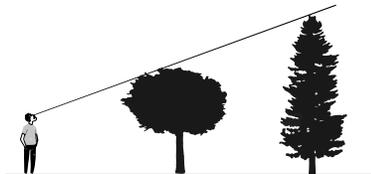
13. En la figura, la intersección de \overline{ED} con \overline{AC} y \overline{BC} son los puntos Q y P respectivamente, la intersección de \overline{EF} con \overline{AC} y \overline{AB} son los puntos R y T respectivamente. Si $\overline{ED} \perp \overline{BC}$ y $\overline{FE} \perp \overline{AC}$, cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) $\triangle FDE \sim \triangle QPC$
- B) $\triangle ART \sim \triangle QPC$
- C) $\triangle FDE \sim \triangle ART$
- D) Todas las anteriores.



13

14. Felipe se detiene a observar dos árboles de modo que las cimas de ellos queden alineados con él, tal como se muestra en la figura:



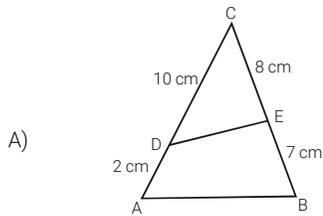
Felipe tiene una altura de 1,8 metros, el árbol más cercano a él tiene una altura de 3,8 m. Si Felipe se encuentra a 4 m del primer árbol y a 6 m del segundo, ¿cuál es la altura del segundo árbol?

- A) 3 m
- B) 4,8 m
- C) 5 m
- D) 6,8 m

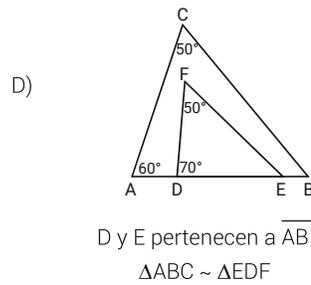
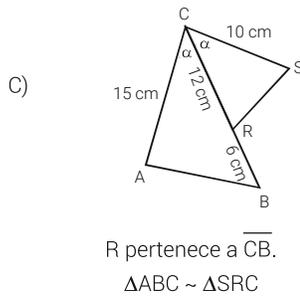
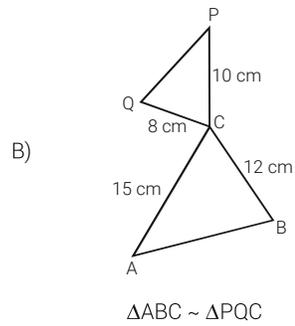
15. Camila tiene una altura de 1,8 metros y está a 5 metros de un poste de luz vertical de 4,5 metros de altura, entonces la longitud de la sombra de Camila que produce este poste es

- A) $\frac{1}{2}$ m
- B) 2 m
- C) 3 m
- D) $\frac{10}{3}$ m

16. ¿En cuál(es) de las siguientes situaciones **NO** se cumple siempre la semejanza de los triángulos indicados?

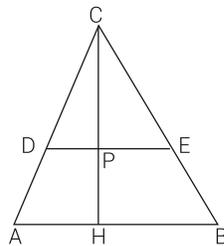


D y E pertenecen a \overline{AC} y \overline{BC} respectivamente.
 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$



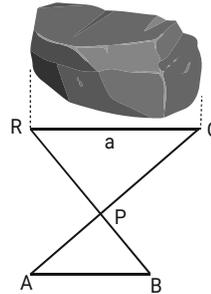
17. En la figura, \overline{CH} es la altura del triángulo ABC y los puntos D y E están en los lados \overline{AC} y \overline{BC} de este triángulo, de modo que $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$. Si las rectas CH y DE se intersectan en P, $DE = 16$ cm, $CP : PH = 2 : 1$, entonces AB mide

- A) 18 cm
- B) 24 cm
- C) 30 cm
- D) 32 cm



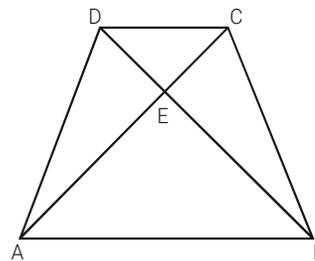
18. Para calcular el ancho "a" de una roca, Felipe camina desde el punto A al punto B, paralelamente a RQ, posteriormente traza en el piso las rectas AQ y BR determinando el punto P. Si las distancias PR, PB y AB son 6 m, 4 m y 5 m respectivamente, ¿cuál es el ancho "a" de la roca?

- A) $3\sqrt{3}$ m
- B) 6 m
- C) 7 m
- D) 7,5 m

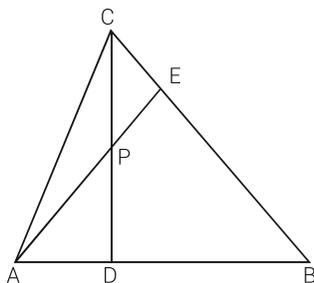


19. En la figura, ABCD es un trapecio, donde las bases \overline{AB} y \overline{CD} miden 12 cm y 4 cm respectivamente. Si $BD = 18$ cm, entonces \overline{DE} mide

- A) 3 cm
- B) 4,5 cm
- C) 6 cm
- D) 9 cm

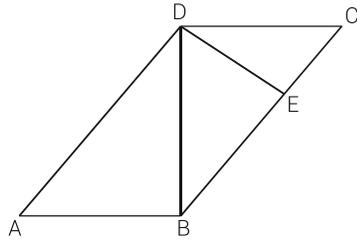


20. En la figura, \overline{AE} y \overline{CD} son alturas del $\triangle ABC$, si $AD = 3$ cm, $PD = 4$ cm y $CE = 2$ cm, entonces ¿cuánto mide \overline{PC} ?



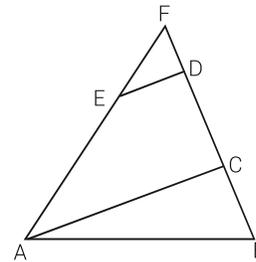
- A) 1,2 cm
- B) 2,5 cm
- C) $2\sqrt{6}$ cm
- D) $3\sqrt{3}$ cm

21. En la figura, ABCD es un paralelogramo, E pertenece al lado \overline{BC} y los ángulos ABD y DEC son rectos. Si $AB = 6$ cm, $BD = 8$ cm, entonces \overline{DE} mide



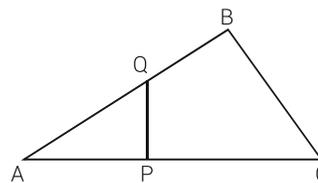
- A) 4,2 cm
 B) 4,8 cm
 C) 4,0 cm
 D) 6,0 cm
22. En la figura, C y D pertenecen a \overline{BF} , $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$ y $\overline{AC} \perp \overline{BF}$. Si $ED = 4$ cm, $DC = 6$ cm, $AB = 13$ cm y $BC = 5$ cm, entonces $EF =$

- A) 5 cm
 B) 6 cm
 C) $2\sqrt{13}$ cm
 D) $2\sqrt{5}$ cm



23. En la figura, los ángulos APQ y ABC son rectos y los puntos P y Q pertenecen a \overline{AC} y \overline{AB} respectivamente. Si $BQ = 1$ cm y $AQ = BC = 3$ cm entonces \overline{AP} mide

- A) 1,8 cm
 B) 2 cm
 C) 2,4 cm
 D) 3,2 cm

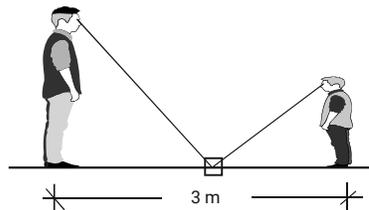


24. Si $\triangle ABC \sim \triangle PQR$, donde \overline{AB} es el homólogo de \overline{PQ} y \overline{BC} es el homólogo de \overline{QR} y $AB : PQ = 3 : 5$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Si $PR = 20$ cm, entonces $AC = 12$ cm.
 B) El perímetro del $\triangle ABC$ es un 60% del perímetro del $\triangle PQR$.
 C) El área del $\triangle ABC$ es un 36% del área del $\triangle PQR$.
 D) Si $\sphericalangle CAB = 15^\circ$, entonces $\sphericalangle RPQ = 25^\circ$.

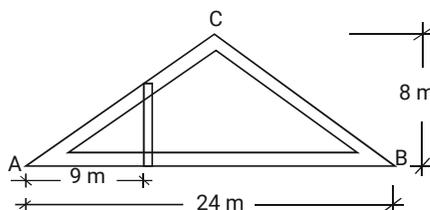
25. En la figura se muestra a dos hermanos: Luis y Pedro, entre ellos pusieron un espejo donde a través de él podían observar mutuamente sus ojos. Si Luis tiene una altura de 1,5 m y se encuentra a 1,8 m del espejo, ¿qué estatura tiene su hermano?

- A) 0,8 m
- B) 1,0 m
- C) 1,2 m
- D) 1,6 m



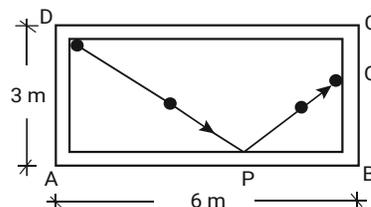
26. Una cercha es una estructura que soporta el techo de una construcción, en la cercha de la figura, el $\triangle ABC$ es isósceles de base \overline{AB} , según la información dada, ¿cuál es el largo de un listón perpendicular a la base, que se encuentra a 9 m del punto A?

- A) 4 m
- B) 4,5
- C) 5 m
- D) 6 m



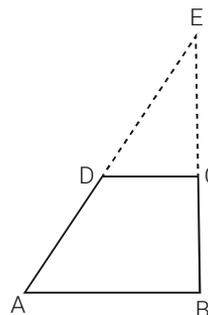
27. En la figura, se ha representado una mesa de pool por el rectángulo ABCD. Una bola parte del vértice D, golpea al lado \overline{AB} en P y finalmente llega al punto Q que está a 1 m de C, si consideramos que el ángulo con que golpea la bola al lado es el mismo con que sale expelida, ¿a qué distancia se encuentra el punto P del vértice A? (supón que el grosor entre los dos rectángulos de la figura es despreciable)

- A) 2,4 m
- B) 3,0 m
- C) 3,2 m
- D) 3,6 m

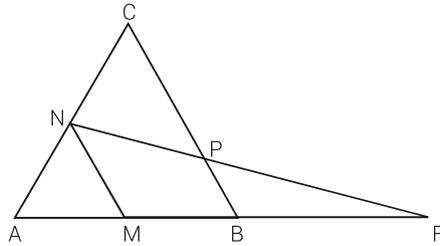


28. En la figura, se ilustra el sitio ABCD que tiene Juan; este sitio es tal que los lados \overline{AB} y \overline{CD} son perpendiculares al lado \overline{BC} , el lado \overline{AB} mide 120 m y si se prolongan los lados \overline{AD} y \overline{BC} , estos se cortan en un punto E, tal que E está a 120 m de \overline{DC} y a 160 m de \overline{AB} . Según estos datos, ¿cuántos metros de cerca se requieren para cerrar el sitio de Juan?

- A) 300 m
- B) 600 m
- C) 900 m
- D) 4.200 m

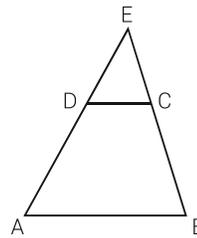


29. En la figura, el triángulo ABC es equilátero cuyo lado mide 12 cm, M y N son puntos medios de los lados \overline{AB} y \overline{AC} respectivamente. Si F es punto de la recta AB, NF y BC son rectas que se interceptan en P y CP es a PB como 2 es a 1, entonces \overline{BF} mide



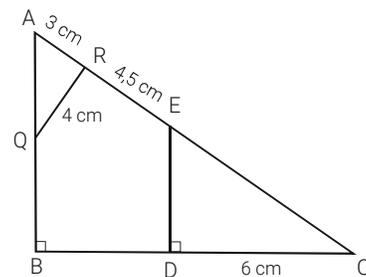
- A) 4 cm
 B) 8 cm
 C) 12 cm
 D) 18 cm
30. En la figura, \overline{CD} es paralelo a \overline{AB} , con D y E puntos de \overline{AE} y \overline{EB} respectivamente. Si $DC : AB = 2 : 3$ y el área del $\triangle DCE$ es 40 cm^2 , ¿cuál es el área del trapecio ABCD?

- A) 10 cm^2
 B) 20 cm^2
 C) 50 cm^2
 D) 60 cm^2



31. En la figura, R y E pertenecen a \overline{AC} , Q y D pertenecen a \overline{AB} y \overline{BC} respectivamente. Si $\overline{QR} \perp \overline{AC}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) $BD = DC$
 B) $QB = QR$
 C) $DE = 8 \text{ cm}$
 D) $CE = 7,5 \text{ cm}$



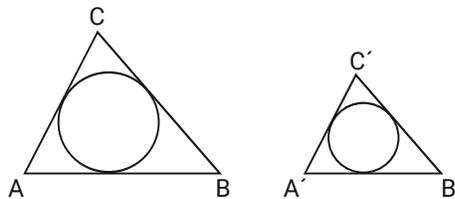
32. Desde un dron Felipe ha fotografiado una cancha de fútbol, el área del círculo central que es de 261 m^2 en la fotografía corresponde a un círculo de área 29 cm^2 , entonces si el ancho de la cancha de fútbol es de 90 metros, en la fotografía será de

- A) 1 cm
- B) 3 cm
- C) 10 cm
- D) 30 cm

33. Dos cuadriláteros son semejantes, la razón entre los lados homólogos es $2 : 5$ y el área del cuadrilátero mayor es $A \text{ cm}^2$, entonces el área del cuadrilátero menor en cm^2 es

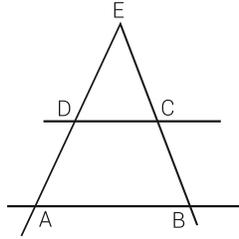
- A) $\frac{2}{5}A$
- B) $\frac{4}{5}A$
- C) $\frac{4}{25}A$
- D) $\frac{25}{4}A$

34. En la figura, los triángulos ABC y A'B'C' son semejantes, con A' el homólogo de A y B' el homólogo de B, con $AB > A'B'$. Si las circunferencias de la figura corresponden a las circunferencias inscritas a estos triángulos y sus áreas están en la razón $9 : 25$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



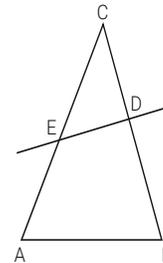
- A) En el orden apropiado, la razón de semejanza entre los triángulos es $3 : 5$.
- B) En el orden apropiado, los perímetros de los triángulos están en la razón $5 : 3$.
- C) En el orden apropiado, las áreas de los triángulos están en la razón $3 : 5$.
- D) En el orden apropiado, las longitudes de las circunferencias están en la razón $5 : 3$.

35. En la figura, las rectas AB y CD son paralelas y AD y BC se intersectan en el punto E . Si $AB = 9$ cm, $DC = 6$ cm, $CE = 4$ cm y $AE = 7,5$ cm, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) El perímetro del trapecio $ABCD$ es 19,5 cm.
 B) El perímetro del triángulo DCE es 15 cm.
 C) La razón entre las áreas de los triángulos DCE y ABE es 2 : 3.
 D) Las alturas de los triángulos DCE y ABE correspondientes a los lados \overline{DC} y \overline{AB} están en la razón 2 : 3.
36. En la figura, D y E pertenecen a los lados del triángulo ABC , $\sphericalangle CDE \cong \sphericalangle CAB$, $AB = 15$ cm y $DE = 10$ cm. Si el área del cuadrilátero $ABDE$ es 15 cm², entonces el área del triángulo CDE en cm² es

- A) $7,5$ cm²
 B) 10 cm²
 C) 12 cm²
 D) 15 cm²



37. Para poder efectuar la remodelación de un departamento, el arquitecto traza un plano con una escala de 1 : 200. Si las medidas del largo y el ancho del departamento son 12 metros y 8 metros respectivamente, entonces ¿cuáles son respectivamente las medidas del largo y el ancho del departamento en el plano?
- A) 0,06 cm y 0,04 cm
 B) 0,6 cm y 0,4 cm
 C) 6 cm y 4 cm
 D) 60 cm y 4 cm

38. Un sitio rectangular está representado en un plano por un rectángulo de lados 10 y 30 cm. Si la escala del plano es 1 : 100, entonces el área del sitio en m² es

- A) 30 m²
 B) 300 m²
 C) 3000 m²
 D) 30000 m²

39. Un terreno de forma rectangular de área 10.000 m^2 está representado en un mapa por un rectángulo de cuyos lados miden 20 cm y 5 cm , ¿cuál es la escala del mapa?

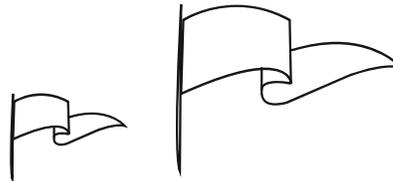
- A) 1 : 10
- B) 1 : 100
- C) 1 : 1000
- D) 1 : 10000

40. Un fundo tiene un terreno de 16 hectáreas ($1 \text{ hectárea} = 10.000 \text{ m}^2$) y está representado en un mapa por una figura de área 100 cm^2 , ¿cuál es la escala del mapa?

- A) 1 : 400
- B) 1 : 4000
- C) 1 : 20
- D) 1 : 160000

41. Una compañía de scout tiene un banderín y desea ampliarlo, para utilizarlo en una reunión con todas las patrullas de la ciudad. Si la tela que se va a utilizar para el banderín ampliado es 400 veces la tela que se utilizó en el banderín original. Si uno de los lados del banderín original medía $a \text{ cm}$, ¿cuántos cm medirá el lado correspondiente en el banderín ampliado?

- A) $20 a$
- B) $40 a$
- C) $400 a$
- D) $1.600 a$

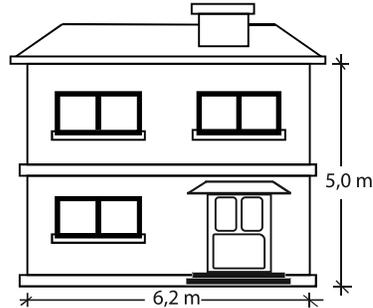


42. En la figura se muestra un vehículo y su correspondiente maqueta, se sabe que el área del vidrio del acompañante tiene un área de 1.200 cm^2 , mientras que en el de la maqueta es de 12 cm^2 , entonces si el largo del vehículo es 3 m , en la maqueta será de

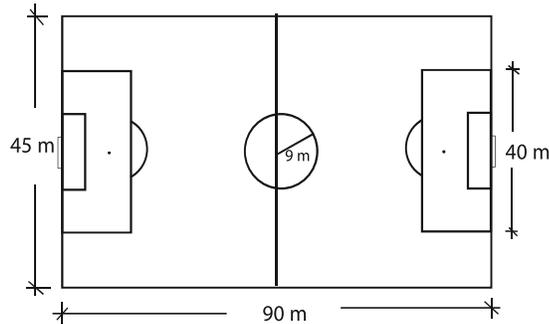


- A) $0,3 \text{ mm}$
- B) 3 mm
- C) 3 cm
- D) 30 cm

43. En la figura, se muestran las dimensiones de la fachada de una casa, si un arquitecto dibuja esta fachada en un plano a una escala de 1 : 20, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

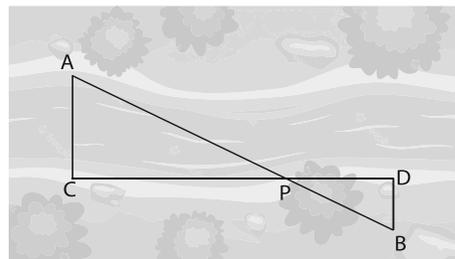


- A) En el plano, el alto de la fachada será de 25 cm.
 B) Si una de las ventanas tiene un largo de 1,8 m en el plano tendrá un largo de 9 cm.
 C) Si el área de la puerta de entrada es $3,6 \text{ m}^2$, en el plano tendrá un área de 90 cm^2 .
 D) El perímetro de la fachada en el plano será de 11,2 cm.
44. En la figura, se muestran las medidas de una cancha de fútbol en metros. Un dron fotografía esta cancha a una escala de 1 : 1500, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

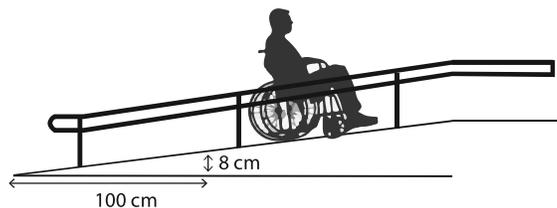


- A) En la fotografía, el largo de la cancha es de 6 cm.
 B) En la fotografía, el área del círculo central es $0,36\pi \text{ cm}^2$.
 C) En la fotografía, el largo del área es inferior a 2,6 cm.
 D) En la fotografía, el área de la cancha es 18 cm^2 .
45. Pedro (P) desea saber el ancho de un río, para ello le pide a sus amigos Alberto (A) y Bernardo (B) que se ubiquen a la orilla del río, de tal forma que queden alineados con él, tal como se muestra en la figura. Enseguida coloca a la orilla del río, dos piedras en los puntos C y D al frente de las posiciones de Alberto y Bernardo respectivamente. Si Bernardo se encuentra a 3 m de la orilla del río, y Pedro se ubica a 40 m de C y a 12 m de D y, ¿cuál es el ancho del río?

- A) 8 m
 B) 10 m
 C) 12 m
 D) 20 m



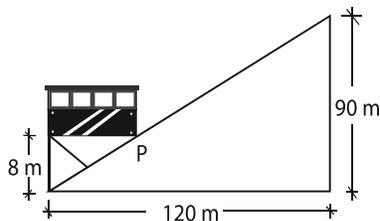
46. En Chile las rampas para minusválidos tienen una pendiente máxima de un 8%, esto significa que al avanzar 100 cm horizontalmente la rampa llega a una altura de 8 cm, tal como se muestra en la figura:



En el instante en que una persona asciende por la rampa hasta que la parte inferior de su rueda llega a una altura de 20 cm, ¿cuánto habrá avanzado horizontalmente?

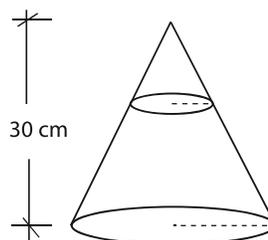
- A) 120 cm
 B) 125 cm
 C) 180 cm
 D) 250 cm
47. En los cerros de Valparaíso existe un ascensor, cuyas dimensiones se muestran en la figura. Si P es el punto donde una de sus ruedas se apoya sobre el riel, ¿a qué distancia del piso estará este punto P cuando el funicular haya recorrido 25 m?

- A) 15 m
 B) 23 m
 C) 28 m
 D) 30 m

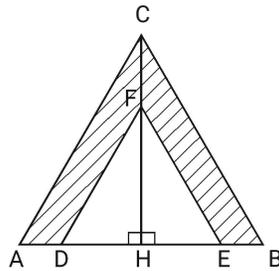


48. El gorro de cumpleaños de la figura, se ha cortado paralelamente a la base de modo que el radio del círculo inferior es el triple del radio del círculo superior. Si el área del círculo inferior es $81\pi \text{ cm}^2$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

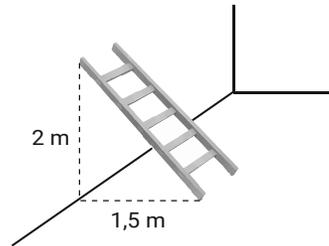
- A) El volumen del cono superior es $30\pi \text{ cm}^3$.
 B) El radio del círculo superior mide 3 cm.
 C) El área del círculo superior es $27\pi \text{ cm}^2$.
 D) La altura del tronco de cono es 20 cm.



49. En la figura, se muestra una flecha representada por la zona sombreada, donde ABC y DEF son triángulos equiláteros y D y E pertenecen al lado \overline{AB} . Si $AD = 3$ cm, $DF = 12$ cm y C, F y H son colineales, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



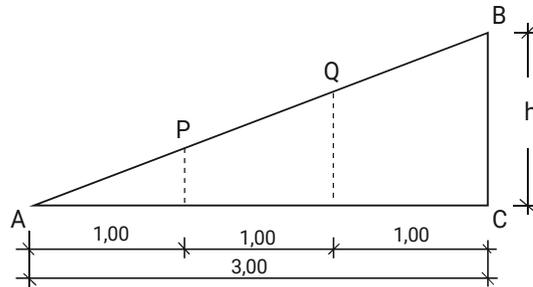
- A) En el orden adecuado la razón de semejanza de los triángulos ABC y DEF es 2 : 3.
 B) El área de la zona sombreada es $45\sqrt{3}$ cm².
 C) $CF = 3$ cm.
 D) El área del triángulo DEF equivale a más del 44% del área del triángulo ABC.
50. Una escalera se apoya en un muro vertical como se muestra en la figura. Si un maestro pintor sube por esta escalera, hasta que sus pies se encuentren a 80 cm de altura, entonces ¿qué distancia habrá recorrido por la escalera?



- A) 1,0 m
 B) 1,2 m
 C) 1,5 m
 D) 2,0 m
51. Ingrid es diseñadora de vestuario y está diseñando un nuevo vestido para la nueva temporada, para ello realiza una maqueta de él. La parte delantera del vestido de la maqueta tiene una pechera la cual ocupa 1.600 cm² de tela, mientras que en el vestido esta pechera ocuparía 1 m². Si el alto del vestido es 1,6 metros, entonces esta altura en la maqueta será de

- A) 4 cm
 B) 6,4 cm
 C) 32 cm
 D) 64 cm

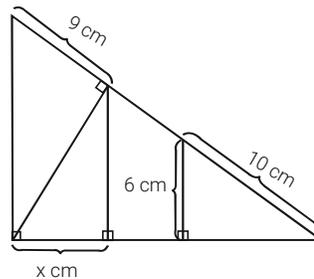
52. La pendiente de un techo se calcula en términos porcentuales, si decimos que un techo tiene una pendiente de un $a\%$ significa que por cada 100 cm que se avanza horizontalmente, la altura se eleva en a cm. En la figura, la pendiente del techo que se muestra es de un 40% , si las medidas están en metros ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) P está a 40 cm de altura con respecto a la horizontal \overline{AC} .
- B) La altura "h" del techo es 1,2 m.
- C) Cada 1 metro que se avanza horizontalmente la altura aumenta 40 cm.
- D) La diferencia entre las alturas entre P y Q con respecto a \overline{AC} es 0,8 m.

53. Según los datos en la figura, x mide

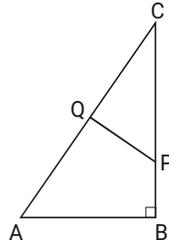
- A) 6 cm
- B) 7,2 cm
- C) 9,6 cm
- D) 11,25 cm



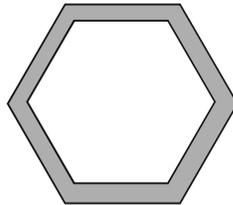
54. Si el área de un paralelogramo que forman los vectores u y v es p unidades cuadradas, con $p > 0$, entonces el área del paralelogramo formado por los vectores $-3u$ y $3v$ medida en unidades cuadradas es

- A) $3p$
- B) $5p$
- C) $9p$
- D) Faltan datos para determinarlo.

55. En la figura, P y Q pertenecen a \overline{BC} y \overline{AC} respectivamente, tal que $\overline{PQ} \perp \overline{AC}$, $PQ = 6$ cm, $PB = 2$ cm y $QC = 8$ cm, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

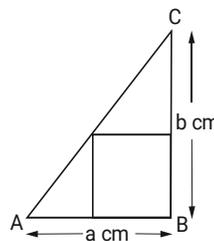


- A) $AB - AQ = 2$ cm
 B) El perímetro de ABPQ es 24 cm.
 C) El área de ABPQ es 30 cm^2 .
 D) El área de APC es 90 cm^2 .
56. En la figura se muestra una cerámica de baño, cuya forma es de un hexágono regular. Interiormente tiene dibujado otro hexágono regular, de lados paralelos al anterior, de modo que la razón de semejanza de ambos hexágonos es $4 : 5$ y el perímetro de la zona sombreada es 216 cm, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?



- A) El lado del hexágono blanco mide 16 cm.
 B) La cerámica cubre una superficie de $600\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
 C) Si se quiere embalar esta cerámica en cajas de forma de prisma recto de base rectangular cuyas dimensiones son las menores posibles, entonces una de las longitudes de la base es $20\sqrt{3}$ cm.
 D) El área sombreada equivale a $\frac{1}{5}$ del área de la cerámica.
57. En la figura, se ha trazado un cuadrado donde uno de los vértices es el punto B y los otros tres pertenecen a los lados del triángulo ABC, ¿cuánto mide el lado del cuadrado?

- A) $\frac{a+b}{ab}$
 B) $\frac{ab}{a+b}$
 C) $\frac{a^2}{a+b}$
 D) $\frac{b^2}{a+b}$



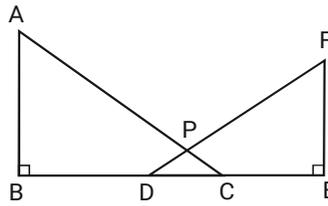
58. En la figura, D y C pertenecen a \overline{BE} y $\overline{AC} \perp \overline{DF}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

A) $\frac{AB}{DP} = \frac{AC}{DC}$

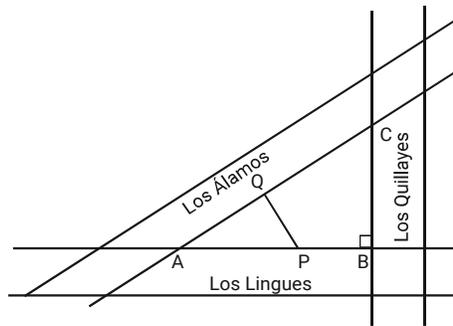
B) $\frac{DE}{DP} = \frac{EF}{PC}$

C) $\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{FE}$

D) $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$



59. Se tiene el sitio triangular ABC que delimita con las calles que se muestran en la figura:



AB y BC miden 16 m y 12 m respectivamente, P es un punto que está en \overline{AB} a una distancia de 6 m de B. Si Q es un punto en \overline{AC} tal que $\overline{PQ} \perp \overline{AC}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**?

- A) Yendo por el interior del sitio la distancia de P a los Álamos es igual a la distancia de P a los Quillayes, yendo por los Lingües.
- B) La distancia desde Q a los Lingües yendo por los Álamos es 8 m.
- C) Si se camina desde P a Q por las calles Los Lingües doblando por Los Álamos se camina el triple que yendo directamente por el interior del sitio.
- D) C está a mayor distancia de Q que a Los Lingües.

60. En la figura, se muestran dos estanques cilíndricos, cuyas alturas miden lo mismo que su diámetro. Una escalera se apoya sobre los bordes de los dos estanques, los cuales se apoyan mutuamente y sus diámetros miden 3 y 2 metros, ¿a qué distancia se encuentra el pie de la escalera del estanque más cercano?

- A) 0,5 m
- B) 1 m
- C) 2 m
- D) 4 m

