

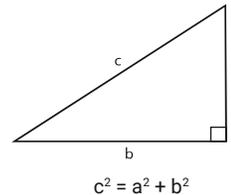
Capítulo 11

ÁREAS, PERÍMETROS Y TEOREMA DE PITÁGORAS

El famoso matemático **Pitágoras de Samos** (580 a.c – 500 a.c), viaja a Egipto, Babilonia y la India, donde asimila una gran cantidad de conocimientos matemáticos, astronómicos e incluso religiosos. A su regreso, en el 540 a.c funda en Crotona una ciudad griega situada en Italia, en ella enseña a sus discípulos matemáticas, les inculca ideas metafísicas y la veneración de los números. A pesar de no haber ningún testimonio escrito, se le atribuye a él la demostración del teorema que lleva su nombre y relacionado con él, la regla para

formar tríos pitagóricos: $\frac{m^2+1}{2}$, m , $\frac{m^2-1}{2}$, donde m es un número entero positivo impar.

La obsesión de Pitágoras por los números era tan grande que se le atribuye a él la máxima: "Las cosas son números".



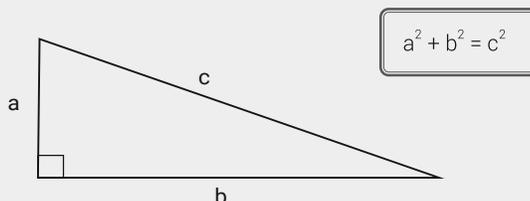
CONCEPTOS CLAVES

- Teorema de Pitágoras
- Perímetros de figuras planas
- Aplicaciones del teorema de Pitágoras
- Áreas de figuras planas



TEOREMA DE PITÁGORAS

El teorema de Pitágoras establece que en un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos equivale al cuadrado de la hipotenusa:



Nota: este teorema es en realidad el teorema particular de Pitágoras, ya que existe el teorema general de Pitágoras, que es válido para cualquier triángulo, pero no lo estudiaremos en el presente texto.

Hay que considerar que también es válido el recíproco del teorema de Pitágoras, esto es, si en un triángulo el cuadrado de la longitud lado mayor equivale a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros lados, entonces el triángulo es rectángulo.



TRIOS PITAGÓRICOS

Los tríos pitagóricos son ternas de números enteros positivos que cumplen que la suma de los cuadrados de los dos enores equivale al cuadrado del mayor.

Los tríos pitagóricos más importantes son los siguientes: 3 - 4 - 5, 5 - 12 - 13, 8 - 15 - 17, 7 - 24 - 25.

Además si amplifcamos por números enteros positivos, obtenemos otros tríos pitagóricos:

$$(3, 4, 5) \rightarrow (6, 8, 10), (9, 12, 15), (12, 16, 20), \dots$$

Los tríos pitagóricos corresponden a posibles longitudes de lados de un triángulo rectángulo, ya que satisfacen la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$.

Podemos determinar diversos tríos pitagóricos a través de las expresiones:

$$a = m^2 + n^2, b = m^2 - n^2, c = 2mn.$$

Observa que si $m = 2$ y $n = 1$, obtenemos el trío 3 - 4 - 5.

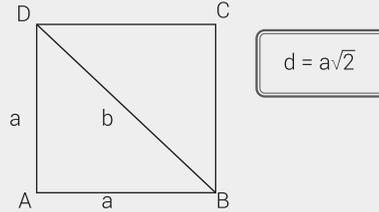


APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

Las aplicaciones del teorema particular de Pitágoras, son muy variadas aquí veremos sólo las más importantes:

- **Diagonal de un cuadrado**

La diagonal de un cuadrado equivale al lado del cuadrado multiplicado por $\sqrt{2}$



Demostración:

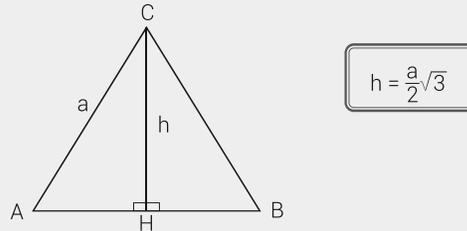
Si en el triángulo rectángulo ABD utilizamos el teorema particular de Pitágoras, se tiene que:

$$a^2 + a^2 = d^2.$$

$2a^2 = d^2$, si extraemos raíz cuadrada a ambos lados obtenemos lo pedido.

- **Altura de un triángulo equilátero**

La altura de un triángulo equilátero equivale a la mitad del lado multiplicado por $\sqrt{3}$.



Demostración:

Utilizando el teorema particular de Pitágoras en el $\triangle AHC$ (o en el $\triangle CHB$):

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 = a^2$$

$$\frac{a^2}{4} + h^2 = a^2 \quad / \cdot 4$$

$$a^2 + 4h^2 = 4a^2$$

$$4h^2 = 3a^2$$

$$h^2 = \frac{3}{4}a^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$$



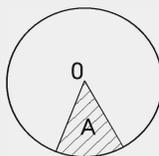
FÓRMULAS DE ÁREAS Y PERÍMETROS DE FIGURAS PLANAS

Fórmulas de áreas y perímetros

NOMBRE	FIGURA	PERÍMETRO	ÁREA
Cuadrado		$4a$	a^2 $\frac{d^2}{2}$
Rectángulo		$2a + 2b$	ab
Triángulo		$a + b + c$	$\frac{ah}{2}$
Romboide		$2a + 2b$	ah
Rombo		$4a$	$\frac{ef}{2}$
Trapezio		$a + b + c + d$	$\left(\frac{a+c}{2}\right)h$
Círculo		$2\pi r$	πr^2

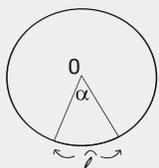
11

Área de sector circular



$$A = \left(\frac{\alpha}{360^\circ}\right) \pi r^2$$

Longitud de un arco



$$\hat{l} = \left(\frac{\alpha}{360^\circ}\right) 2\pi r$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. La diagonal de un cuadrado mide $2\sqrt{6}$ cm, ¿cuál es su perímetro?

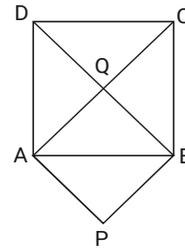
- A) $4\sqrt{2}$ cm
 B) $8\sqrt{2}$ cm
 C) $6\sqrt{3}$ cm
 D) $8\sqrt{3}$ cm

Solución:

Si el lado del cuadrado mide "a" cm, entonces su diagonal mide $a\sqrt{2}$ cm, entonces podemos establecer la ecuación: $a\sqrt{2} = 2\sqrt{6}$, dividiendo por $\sqrt{2}$, tenemos: $a = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{\frac{6}{2}} = 2\sqrt{3}$, como el lado mide $2\sqrt{3}$, entonces el perímetro del cuadrado es $4 \cdot 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ cm, alternativa D.

2. En la figura, ABCD y APBQ son cuadrados, donde Q es la intersección de las diagonales del cuadrado ABCD. Si el área del cuadrado APBQ es b^2 unidades cuadradas, ¿cuál es el perímetro de la figura?

- A) $8b$ unidades
 B) $5b\sqrt{2}$ unidades
 C) $b(2 + 3\sqrt{2})$ unidades
 D) $4b(1 + \sqrt{2})$ unidades

**Solución:**

Como el área del cuadrado APBQ es b^2 , entonces el lado de este cuadrado mide b unidades.

Tenemos que $AQ = b \rightarrow AC = 2b$.

Si el lado del cuadrado ABCD mide a , entonces su diagonal mide $a\sqrt{2}$, como $AC = 2b$, entonces

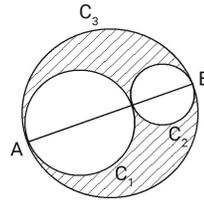
$2b = a\sqrt{2}$, despejando a , tenemos: $a = \frac{2b}{\sqrt{2}}$, racionalizando, se obtiene

$$a = \frac{2b}{\sqrt{2}} = \frac{2b \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2b\sqrt{2}}{2} = b\sqrt{2}$$

Por otro lado, el perímetro de la figura es $AP + PB + BC + CD + DA = b + b + 3a = 2b + 3a$, reemplazando a por $b\sqrt{2}$, se tiene: $2b + 3b\sqrt{2} = b(2 + 3\sqrt{2})$, alternativa C.

3. Las circunferencias C_1 , C_2 y C_3 de la figura son tangentes. Las circunferencias C_1 y C_2 tienen radios que miden respectivamente 3 y 2 cm. Si \overline{AB} es el diámetro de C_3 , ¿cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- A) 10π cm
 B) 15π cm
 C) 20π cm
 D) 30π cm



Solución:

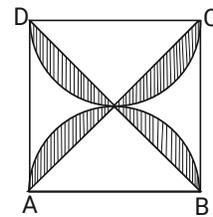
Observa que el perímetro de la figura sombreada corresponde a la suma de las longitudes (o perímetros) de las tres circunferencias, si la pregunta hubiese sido el área, entonces tendrías que haber restado el área de la circunferencia mayor con la suma de las áreas de las circunferencias menores, ¡esto es muy importante entenderlo y considerarlo en los ejercicios!

Como \overline{AB} se puede calcular sumando las longitudes de los diámetros de las circunferencias menores, tenemos que $AB = 6 + 4 = 10$ cm, luego el radio de C_3 es 5 cm.

Como la longitud de una circunferencia de radio r es $2\pi r$, tenemos que la longitud de C_1 es $2\pi \cdot 3 = 6\pi$ cm, la de C_2 es $2\pi \cdot 2 = 4\pi$ cm y la de C_3 es $2\pi \cdot 5 = 10\pi$ cm, entonces el perímetro de la figura sombreada es $6\pi + 4\pi + 10\pi = 20\pi$ cm, alternativa C.

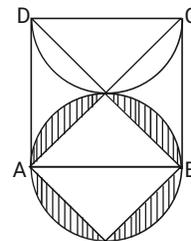
4. En la figura, ABCD es un cuadrado de lado 10 cm, sobre los lados AB y CD se han trazado dos semicircunferencias que son tangentes en el punto donde se intersectan las diagonales del cuadrado. ¿Cuál es el área de la figura sombreada?

- A) $12,5(\pi - 2)$ cm²
 B) $25(\pi - 2)$ cm²
 C) $10(\pi + 2\sqrt{2})$ cm²
 D) $25(\pi - 4)$ cm²



Solución:

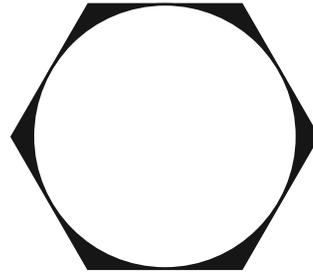
Observa que si juntamos la figura sombreada superior e inferior, se forma una figura cuya área corresponde al área de un círculo menos el área de un cuadrado:



Como el lado del cuadrado mide 10 cm, el radio de la circunferencia es 5 cm, con lo que su área es $\pi r^2 = 25\pi$ cm². Por otro lado la diagonal del cuadrado blanco mide 10 cm, como el área de un cuadrado se puede obtener como la mitad del cuadrado de la diagonal (ver tabla de áreas y perímetros), tenemos que el área del cuadrado es $\frac{10^2}{2} = 50$ cm². Restando el área del círculo con el área del cuadrado, tenemos: $25\pi - 50 = 25(\pi - 2)$ cm², alternativa B.

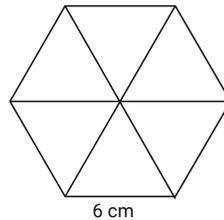
5. En la figura, la circunferencia está inscrita en el hexágono regular. Si el lado del hexágono mide 6 cm, ¿cuál es el área de la figura negra?

- A) $9(6\sqrt{3} - 3\pi) \text{ cm}^2$
 B) $6\sqrt{3}(9 - \pi) \text{ cm}^2$
 C) $6(9\sqrt{3} - 2\pi) \text{ cm}^2$
 D) $27(2\sqrt{3} - \pi) \text{ cm}^2$



Solución:

Saquemos primero el área del hexágono regular, para ello lo dividiremos en seis triángulos equiláteros:



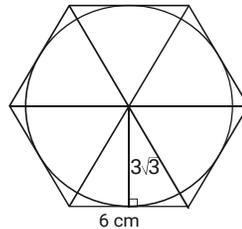
Como el lado de cada triángulo equilátero mide 6 cm y la fórmula de la altura del triángulo equilátero es

$h = \frac{a}{2} \sqrt{3}$, se tiene que $h = \frac{a}{2} \sqrt{3} = \frac{6}{2} \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ cm. El área de cada triángulo equilátero es

$A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$, multiplicando por 6, obtenemos que el área del hexágono es:

$$6 \cdot 9\sqrt{3} = 54\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

Por otro lado, el radio de la circunferencia es equivalente a la longitud de la altura de cada uno de los triángulos equiláteros:



Como el área del círculo es πr^2 , en este caso tenemos: $\pi \cdot (3\sqrt{3})^2 = 27\pi \text{ cm}^2$.

El área pedida se obtiene restando el área del hexágono con el área del círculo: $54\sqrt{3} - 27\pi$, factorizando por 27, se tiene: $27(2\sqrt{3} - \pi) \text{ cm}^2$, alternativa D.



ATENCIÓN

Este código QR te dirigirá a nuestro portal educativo en donde podrás encontrar material como:

- Clases con contenidos
- Videos con resolución de ejercicios
- Mini Ensayos - Ensayos y ¡mucho más!





Visita nuestro portal educativo

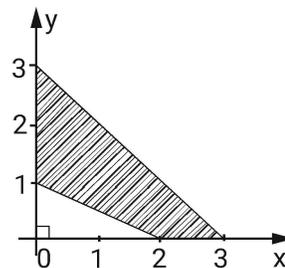
EJERCICIOS DE PRÁCTICA

- La mitad del área de un cuadrado es 18 cm^2 , entonces la cuarta parte de su perímetro es
 - 3 cm
 - 6 cm
 - 9 cm
 - 24 cm

- Un cuadrado tiene una diagonal que mide $2\sqrt{3}$ cm, ¿cuál es su área?
 - $1,5 \text{ cm}^2$
 - 3 cm^2
 - 6 cm^2
 - 12 cm^2

- En un rectángulo el ancho mide la mitad del largo y su área es $12,5 \text{ cm}^2$, ¿cuál es su perímetro?
 - 7,5 cm
 - 12,5 cm
 - 15 cm
 - 16 cm

- Según los datos dados en la figura, ¿cuál es el área de la figura sombreada?
 - 2 u^2
 - $2,5 \text{ u}^2$
 - $3,5 \text{ u}^2$
 - $4,5 \text{ u}^2$

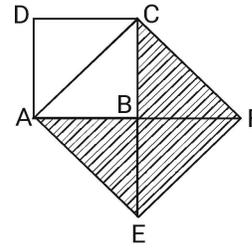


5. En un rectángulo un lado mide $\sqrt{2}$ cm y la diagonal mide $3\sqrt{2}$ cm, ¿cuál es su área?

- A) $4\sqrt{5}$ cm²
- B) $2\sqrt{2}$ cm²
- C) $4\sqrt{2}$ cm²
- D) $2\sqrt{10}$ cm²

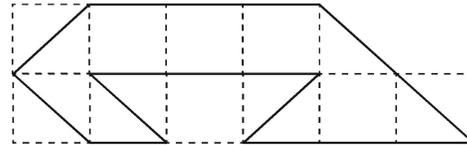
6. Sobre la diagonal \overline{AC} del cuadrado ABCD de la figura se ha construido el cuadrado AEFC. Si el área achurada es de 24 cm², ¿cuál es el área del cuadrado ABCD?

- A) 8 cm²
- B) 12 cm²
- C) 16 cm²
- D) 20 cm²



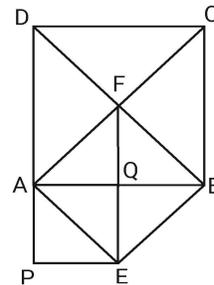
7. Si cada cuadrado de la figura tiene un área de 4 cm², ¿cuál es la longitud de la línea continua?

- A) 28 cm
- B) $(6\sqrt{2} + 10)$ cm
- C) $(6\sqrt{2} + 20)$ cm
- D) $(12\sqrt{2} + 20)$ cm



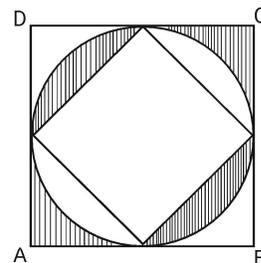
8. En la figura, ABCD, AEBF y PEQA son cuadrados. Si el área del cuadrado ABCD es 24 cm², ¿cuál es el área de la figura total?

- A) 27 cm²
- B) 32 cm²
- C) 33 cm²
- D) 36 cm²



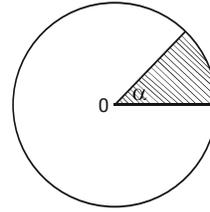
9. En la figura, ABCD es un cuadrado en el que se ha inscrito una circunferencia, Si el lado del cuadrado mide 10 cm, entonces el área achurada es

- A) 20 cm²
- B) 25 cm²
- C) 50 cm²
- D) 75 cm²



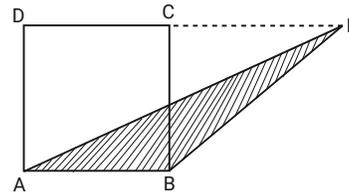
10. En la circunferencia de centro O de la figura, el ángulo central α mide 45° . Si el área achurada es $12,5\pi \text{ cm}^2$, ¿cuál es la longitud de la circunferencia?

- A) $10\pi \text{ cm}$
- B) $20\pi \text{ cm}$
- C) $40\pi \text{ cm}$
- D) $60\pi \text{ cm}$



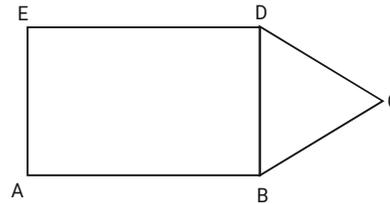
11. En la figura, ABCD es un cuadrado, tal que el 5% de la longitud de su lado es 0,5 cm. Si E es un punto de la recta CD, entonces el área del triángulo ABE es

- A) 10 cm^2
- B) 50 cm^2
- C) 100 cm^2
- D) $6,25 \text{ cm}^2$



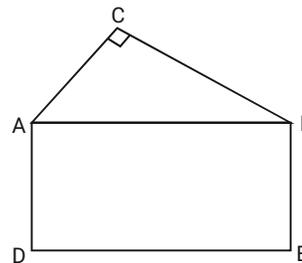
12. En la figura, ABDE es un rectángulo y BCD es un triángulo equilátero. Si AB es el doble de BD y el perímetro del triángulo equilátero es $(6a + 3b)$ unidades, ¿cuál es el perímetro de la figura?

- A) $7(a + 2b) u$
- B) $7(2a + b) u$
- C) $7(a + 3b) u$
- D) $6(2a + 3b) u$



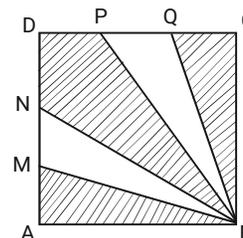
13. En la figura el triángulo ABC es rectángulo en C y ADEB es un rectángulo. Si $AC = DA = 3u$ y $CB = 4u$, ¿cuál es la razón entre el área del triángulo y la del rectángulo?

- A) $3 : 5$
- B) $1 : 2$
- C) $4 : 5$
- D) $2 : 5$



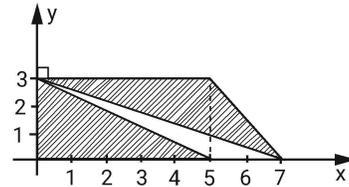
14. En la figura, ABCD es un cuadrado donde $AM = MN = ND = DP = PQ = QC$, ¿qué porcentaje del cuadrado ABCD es el área de la figura sombreada?

- A) 50 %
- B) 60 %
- C) $66,6\%$
- D) 75 %



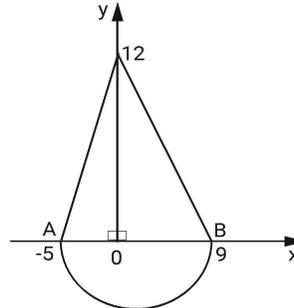
15. Según los datos de la figura, el área de la zona sombreada es

- A) $3 u^2$
- B) $15 u^2$
- C) $16,5 u^2$
- D) $22,5 u^2$



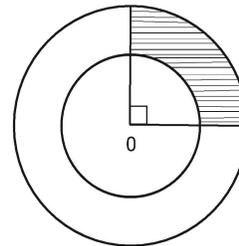
16. En la figura, el arco AB corresponde a una semicircunferencia, según los datos dados, ¿cuál es el perímetro de la figura?

- A) $(28 + 2\pi) u$
- B) $(28 + 4\pi) u$
- C) $(28 + 7\pi) u$
- D) $(28 + 14\pi) u$



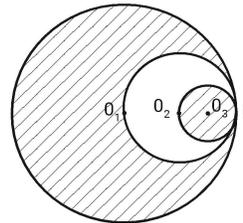
17. En la figura, las circunferencias tienen como centro el punto O. Si el área de la figura sombreada es $5\pi \text{ cm}^2$ y el radio de la circunferencia mayor mide 6 cm, ¿cuánto mide el radio de la circunferencia menor?

- A) 2 cm
- B) 3 cm
- C) 4 cm
- D) 16 cm



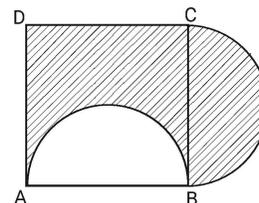
18. En la figura, O_1 , O_2 y O_3 son los centros de las circunferencias las que son tangentes en el punto P. Si el radio de la circunferencia mayor es 10 cm, ¿cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- A) $15\pi \text{ cm}$
- B) $35\pi \text{ cm}$
- C) $37,5\pi \text{ cm}$
- D) $70\pi \text{ cm}$



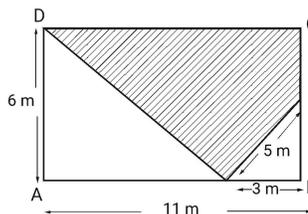
19. En la figura, ABCD es un cuadrado de lado 6 cm. Sobre los lados \overline{AB} y \overline{BC} se han construido dos semicircunferencias, ¿cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- A) $(12 + 6\pi) \text{ cm}$
- B) $(12 + 9\pi) \text{ cm}$
- C) $(18 + 6\pi) \text{ cm}$
- D) 24 cm



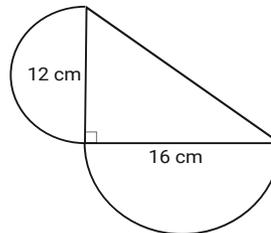
20. En la figura, ABCD es un rectángulo, según los datos dados, ¿cuál es el área de la figura sombreada?

- A) 24 m^2
- B) 26 m^2
- C) 28 m^2
- D) 36 m^2



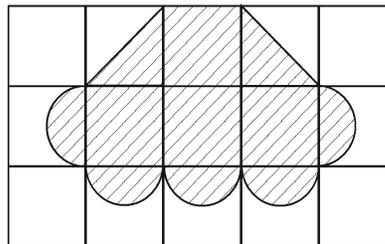
21. Sobre los catetos del triángulo rectángulo se han construido dos semicircunferencias, ¿cuál es el perímetro de la figura?

- A) $34\pi \text{ cm}$
- B) $(14\pi + 48) \text{ cm}$
- C) $(14\pi + 20) \text{ cm}$
- D) $(28\pi + 20) \text{ cm}$



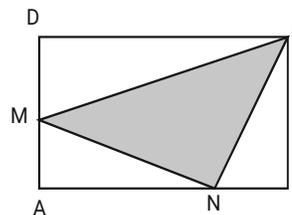
22. Los cuadrados de la figura tienen lados de longitud un cm. Si los arcos dibujados corresponden a semicircunferencias, ¿cuál es el área de la figura sombreada?

- A) $(5 + 2,5\pi) \text{ cm}^2$
- B) $(5 + \frac{5}{8}\pi) \text{ cm}^2$
- C) $(5 + 1,25\pi) \text{ cm}^2$
- D) $(1 + 2\sqrt{2} + 2,5\pi) \text{ cm}^2$



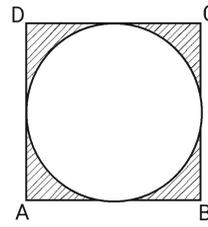
23. En el rectángulo ABCD de la figura, $AN = 2 NB$ y $AM = MD$. ¿Qué fracción del área del rectángulo es el área del triángulo MNC?

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{1}{6}$
- C) $\frac{5}{12}$
- D) $\frac{7}{12}$



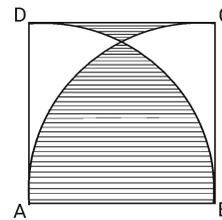
24. En la figura, la circunferencia está inscrita en el cuadrado ABCD. Si la longitud de la circunferencia es 6π cm, entonces el área de la figura sombreada es

- A) $(18 - 9\pi)$ cm²
- B) $(9\pi - 18)$ cm²
- C) $(36 - 9\pi)$ cm²
- D) $(36 - 6\pi)$ cm²



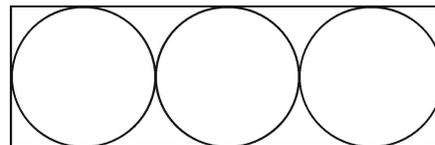
25. En la figura, ABCD es un cuadrado cuya área es 16 cm², con centro en los vértices A y B se han trazado dos arcos de circunferencias que pasan por dos de los vértices del cuadrado. ¿Cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- A) $8(\pi + 1)$ cm
- B) $4(\pi + 2)$ cm
- C) $4(\pi + 1)$ cm
- D) 8π cm



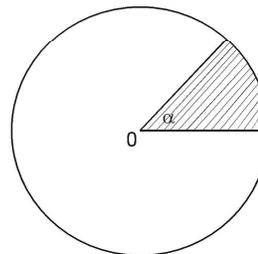
26. En el rectángulo de la figura, las circunferencias son tangentes entre sí y las de los extremos son tangentes a tres de los lados del rectángulo. Si cada una de las circunferencias tiene una longitud de 10π cm, ¿cuál es el perímetro del rectángulo?

- A) 40 cm
- B) 50 cm
- C) 80 cm
- D) 90 cm



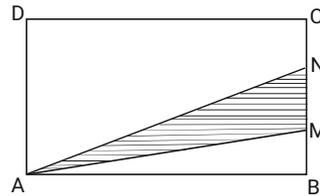
27. En la circunferencia de centro O de la figura, el ángulo α mide 40° y el área sombreada mide 5π cm², ¿cuál es el área del círculo?

- A) 20π cm²
- B) 40π cm²
- C) 45π cm²
- D) 60π cm²



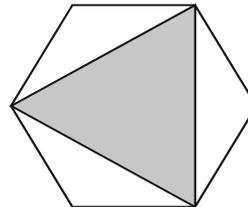
28. En la figura, ABCD es un rectángulo y M y N son puntos del lado \overline{BC} , tales que $BM = MN = NC$. ¿Qué parte del área del rectángulo es el área del triángulo AMN?

- A) $\frac{1}{6}$
 B) $\frac{1}{5}$
 C) $\frac{1}{4}$
 D) $\frac{1}{3}$



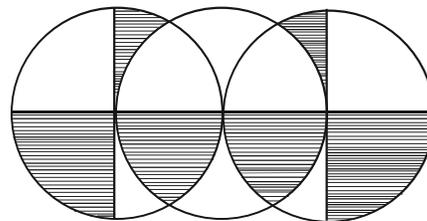
29. En la figura se tiene un hexágono regular de lado "a" cm, ¿cuál es el área del triángulo sombreado?

- A) $\frac{1}{2} a^2 \sqrt{3} \text{ cm}^2$
 B) $\frac{3}{2} a^2 \sqrt{3} \text{ cm}^2$
 C) $\frac{3}{4} a^2 \sqrt{3} \text{ cm}^2$
 D) $3a\sqrt{3} \text{ cm}^2$



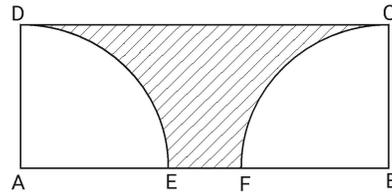
30. En la figura, las circunferencias de los extremos son tangentes exteriormente y la central tiene como centro el punto de tangencia de las circunferencias anteriores y pasa por el centro de ellas. Si las circunferencias tienen un radio que mide r unidades, entonces el área de la figura sombreada medida en unidades cuadradas es

- A) $\frac{1}{3} \pi r^2$
 B) $\frac{1}{2} \pi r^2$
 C) $\frac{3}{2} \pi r^2$
 D) πr^2



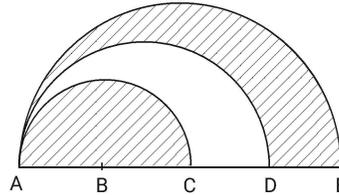
31. En la figura, ABCD es un rectángulo, con centro en los vértices A y B se han trazado los arcos DE y CF respectivamente, con E y F en el lado \overline{AB} del rectángulo. Si $AE = 2EF$, $AB = 15$ cm, ¿cuál es el área de la figura sombreada?

- A) $4,5(20 - \pi)$ cm²
- B) $6(3 + \pi)$ cm²
- C) $9(10 - \pi)$ cm²
- D) $18(5 - \pi)$ cm²



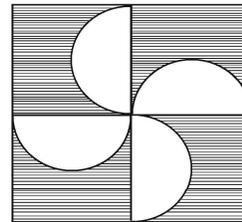
32. En la figura, AC, AD y AE son semicircunferencias tales que $AB = BC = CD = DE = 4$ cm, entonces el área sombreada es

- A) 6π cm²
- B) 22π cm²
- C) 40π cm²
- D) 54π cm²



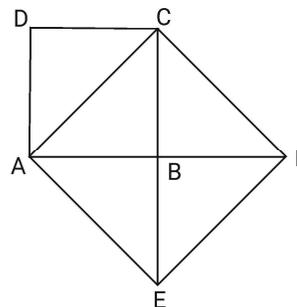
33. En la figura, las semicircunferencias son congruentes de radio r unidades, entonces el área achurada medida en unidades cuadradas es

- A) $2r^2(2 - \pi)$
- B) $r^2(16 - \pi)$
- C) $2r^2(8 - \pi)$
- D) $2r^2(4 - \pi)$



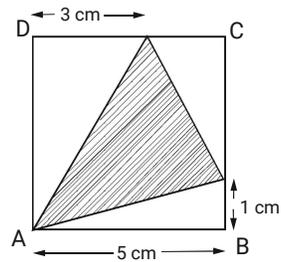
34. En la figura, ABCD y AEFC son cuadrados. Si el perímetro de AEFC es 12 cm, ¿cuál es el perímetro de ABCD?

- A) $3\sqrt{2}$ cm
- B) $6\sqrt{2}$ cm
- C) $8\sqrt{2}$ cm
- D) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ cm



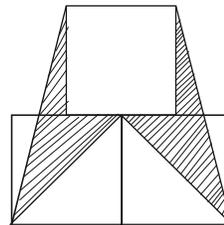
35. En la figura, ABCD es un cuadrado. Según los datos dados, ¿cuál es el área del triángulo sombreado?

- A) $10,5 \text{ cm}^2$
- B) 11 cm^2
- C) $11,5 \text{ cm}^2$
- D) 12 cm^2



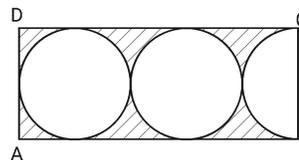
36. Los tres cuadrados de la figura son congruentes de lado a unidades, ¿cuánto es el área de la figura sombreada medida en unidades cuadradas?

- A) $\frac{3}{4} a^2$
- B) a^2
- C) $2a^2$
- D) Falta información para determinarlo.



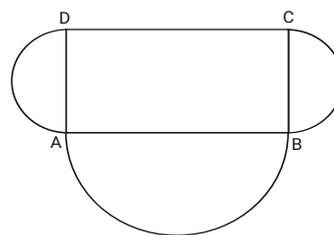
37. En el rectángulo ABCD de la figura, se han trazado dos circunferencias tangentes entre sí y tangentes a los lados del rectángulo y la tercera figura corresponde a una semicircunferencia tangente a una de las circunferencias anteriores. Si tanto las circunferencias como la semicircunferencia tienen radios de longitud "r" cm, ¿cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- A) $r(12 + 5\pi)$ cm
- B) $r(14 + 5\pi)$ cm
- C) $r(14 - 5\pi)$ cm
- D) $14r$ cm



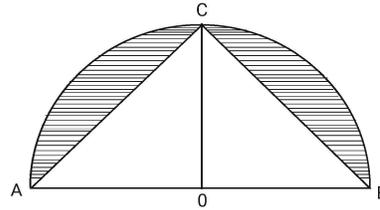
38. Sobre los lados \overline{AD} , \overline{AB} y \overline{BC} del rectángulo de la figura se han construido tres semicircunferencias. Si $AB = 2BC = 8$ cm, ¿cuál es el perímetro total de la figura?

- A) $(8\pi + 8)$ cm
- B) $(8\pi + 24)$ cm
- C) $(16\pi + 8)$ cm
- D) $(24\pi + 8)$ cm



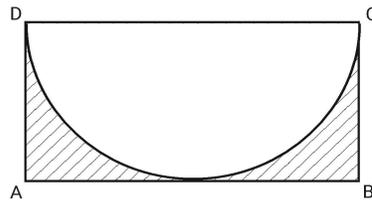
39. En la figura el arco AB es una semicircunferencia de centro O y radio 6 cm, si $\overline{CO} \perp \overline{AB}$, ¿cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- A) $(6\pi + 12\sqrt{2})$ cm
- B) $(12\pi + 12\sqrt{2})$ cm
- C) $(18\pi - 36)$ cm
- D) $(3\pi + 6\sqrt{2})$ cm



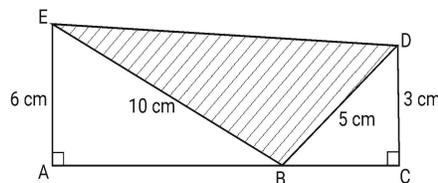
40. En la figura, ABCD es un rectángulo y sobre su lado \overline{CD} se ha construido una semicircunferencia de radio a unidades que es tangente al lado \overline{AB} . ¿Cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- A) $(4a + \frac{\pi}{2}a)$ u
- B) $(4a + \pi a)$ u
- C) $(6a + \pi a)$ u
- D) $(2a^2 + \frac{\pi}{2}a^2)$ u



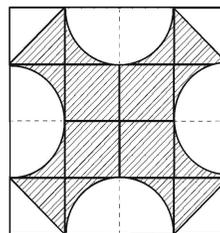
41. En la figura, los triángulos ABE y BCD son rectángulos en A y C respectivamente. Según los datos dados, ¿cuál es el área de la figura sombreada?

- A) 24 cm^2
- B) 25 cm^2
- C) 32 cm^2
- D) 42 cm^2



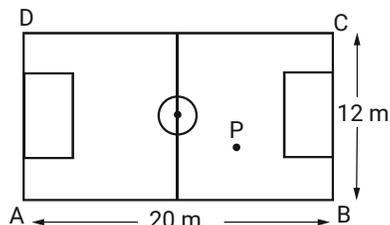
42. En la figura se han construido cuatro semicircunferencias y el área de los cuadrados es 1 cm^2 . ¿cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- A) $2(\pi + 2\sqrt{2})$ cm
- B) $4(\pi + \sqrt{2})$ cm
- C) $4(\pi + 2\sqrt{2})$ cm
- D) $(14 - 2\pi)$ cm



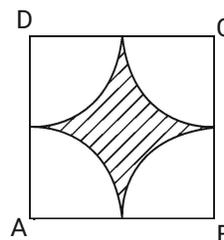
43. ABCD es un rectángulo y modela una cancha de futbolito cuyas dimensiones se muestran en la figura. El centro de la cancha se ubica en el centro del rectángulo y la cancha es simétrica con respecto a la recta que pasa por su centro y es perpendicular a los lados \overline{AB} y \overline{CD} . Pedro es uno de los jugadores y en un momento del partido se ubica en el punto P de la figura, el cual está a 3 m del lado \overline{AB} y a 6 m del lado \overline{BC} , en ese instante, ¿a qué distancia estará del centro de la cancha?

- A) 4 m
 B) 5 m
 C) $\sqrt{52}$ m
 D) $\sqrt{65}$ m



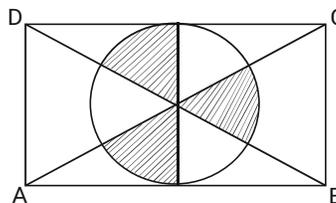
44. En la figura se muestra una baldosa de 40 x 40 cm, cuyo diseño consiste en cuatro arcos de circunferencias congruentes, cuyos centros son los vértices del cuadrado. Si se ocupará una cierta cantidad entera de estas baldosas para cubrir el piso de una sala, ¿qué porcentaje del piso quedará sombreado?

- A) $12,5(8 - \pi) \%$
 B) $25(4 - \pi) \%$
 C) $2,5(40 - \pi) \%$
 D) Falta información para determinarlo.



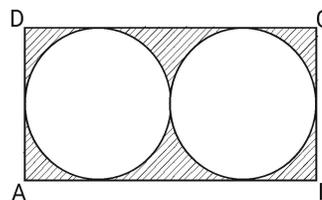
45. En la figura, ABCD es un rectángulo, la circunferencia tiene como centro la intersección de las diagonales y es tangente a dos de los lados del rectángulo. Si $BC = 12$ cm, ¿cuál es el área de la figura sombreada?

- A) $6\pi \text{ cm}^2$
 B) $9\pi \text{ cm}^2$
 C) $12\pi \text{ cm}^2$
 D) $18\pi \text{ cm}^2$



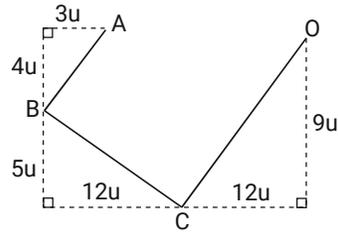
46. Las circunferencias de la figura son tangentes al rectángulo ABCD y cada una tiene un área de $4\pi \text{ cm}^2$, ¿cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- A) $(12 + 4\pi) \text{ cm}$
 B) $(24 + 4\pi) \text{ cm}$
 C) $(24 + 8\pi) \text{ cm}$
 D) $(24 - 8\pi) \text{ cm}$



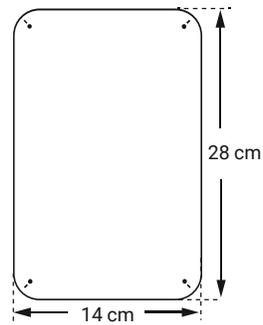
47. La figura muestra la trayectoria seguida por una bolita de billar que fue lanzada desde A, ¿qué distancia recorrió hasta llegar al punto O?

- A) 33 u
- B) 38 u
- C) 45 u
- D) 78 u



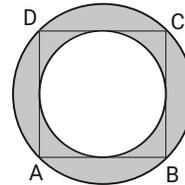
48. Una pantalla de una tablet tiene forma de rectángulo, para redondear sus bordes se han trazado cuartos de circunferencia cuyos centros se ubican a 1 cm de los lados del rectángulo tal como se muestra en la figura. Si las dimensiones del tablet son 14 cm y 28 cm, ¿cuál es el área de la pantalla de este tablet?

- A) $(388 - \pi) \text{ cm}^2$
- B) $(388 + \pi) \text{ cm}^2$
- C) $(388 + 2\pi) \text{ cm}^2$
- D) $(364 + \pi) \text{ cm}^2$



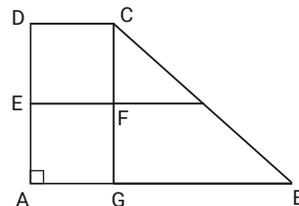
49. En el cuadrado ABCD de la figura se han inscrito y circunscrito circunferencias. Si el lado del cuadrado mide "a" cm, ¿cuál es el área de la corona circular?

- A) $\frac{\pi}{4} a^2 \text{ cm}^2$
- B) $\frac{\pi}{2} a^2 \text{ cm}^2$
- C) $\frac{3}{2} \pi a^2 \text{ cm}^2$
- D) $\pi a^2 \text{ cm}^2$



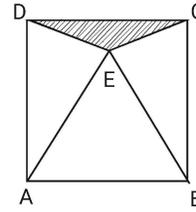
50. En la figura, EFCD es un cuadrado de área 9 cm^2 , E es el punto medio de \overline{AD} y $GB = 2DC$, ¿cuál es el área del cuadrilátero ABCD?

- A) 33 cm^2
- B) 36 cm^2
- C) 81 cm^2
- D) 124 cm^2



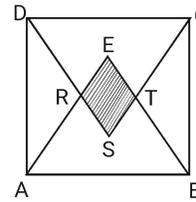
56. ABCD es un cuadrado de lado 8 cm y ABE es un triángulo equilátero, ¿cuál es el área del triángulo DEC?

- A) $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- B) $8(2 - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$
- C) $16(2 - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$
- D) $32(2 - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$



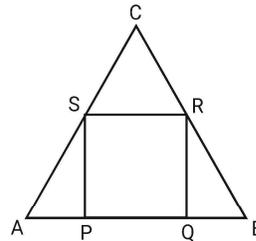
57. En la figura, ABCD es un cuadrado de lado 12 cm y ABE y DSC son triángulos equiláteros, ¿cuál es el perímetro de la figura sombreada?

- A) $4(3 - \sqrt{3}) \text{ cm}$
- B) $8(3 - \sqrt{3}) \text{ cm}$
- C) $16(3 - \sqrt{3}) \text{ cm}$
- D) $48(3 - \sqrt{3}) \text{ cm}$



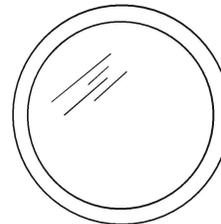
58. En la figura, ABC es un triángulo equilátero, P, Q, R y S pertenecen a los lados del triángulo equilátero y PQRS es un cuadrado de área 36 cm^2 , ¿cuál es el perímetro del triángulo ABC?

- A) $4\sqrt{3} \text{ cm}$
- B) $18(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}$
- C) $6(2\sqrt{3} + 3) \text{ cm}$
- D) $6(3 + 4\sqrt{3}) \text{ cm}$



59. En la figura, se muestra un espejo circular que está rodeado por un borde de madera que tiene un ancho constante de 2 cm. Si el área del borde de madera es $52\pi \text{ cm}^2$, ¿cuál es el radio del espejo?

- A) 10 cm
- B) 12 cm
- C) 14 cm
- D) 16 cm



60. En la figura, ABCD es un cuadrado, M y S son los puntos medios de los lados \overline{AD} y \overline{DC} respectivamente y la recta MS intersecta a las rectas AB y BC en E y F respectivamente. Si \overline{AB} y \overline{AC} miden x e y unidades respectivamente, entonces el perímetro del triángulo EBF es

- A) $(2x + 3y)$ unidades
- B) $(3x + 1,5y)$ unidades
- C) $(3x + 2y)$ unidades
- D) $(3x + 3y)$ unidades

