

INECUACIONES LINEALES CON
COEFICIENTES RACIONALES

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

1. Resuelve la siguiente inecuación racional:

$$\frac{5}{2x - 4} < 0$$

2. Resuelve la siguiente inecuación racional:

$$\frac{-3}{3x - 5} > 0$$

3. Resuelve la siguiente inecuación racional:

$$\frac{3x}{x + 2} \geq 2$$

4. Resuelve la siguiente inecuación racional:

$$\frac{1-x}{1+x} \geq 1$$

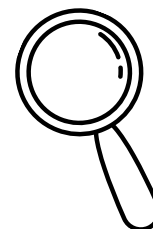
5. Resuelve la siguiente inecuación racional:

$$\frac{450}{x} - 4 - 0,1x < 0$$

6. Resuelve la siguiente inecuación racional:

$$\frac{3x-2}{x-1} - 1 \geq \frac{2x-1}{x+1}$$

Resultados:



1.

El numerador siempre es positivo, por tanto, para que el cociente sea negativo como indica la desigualdad (< 0) el denominador tiene que ser negativo.

$$2x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$$

Estudiamos el signo del denominador en los intervalos: $(-\infty, 2)$, $(2, \infty)$

- $(-\infty, 2)$: $x = 0 \Rightarrow 2x - 4 = -4 < 0$
- $(2, \infty)$: $x = 3 \Rightarrow 2x - 4 = 2 \cdot 3 - 4 = 2 > 0$

	$(-\infty, 2)$	$(2, \infty)$
$2x - 4$	-	+
$\frac{5}{2x - 4}$	-	+

El conjunto de soluciones es: $(-\infty, 2)$

2.

El numerador siempre es negativo, por tanto, para que el cociente sea positivo como indica la desigualdad (> 0) el denominador tiene que ser negativo también.

$$3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = 5/3$$

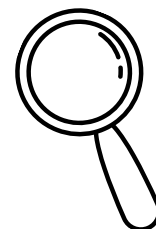
Estudiamos el signo del denominador en los intervalos: $(-\infty, 5/3)$, $(5/3, \infty)$

- $(-\infty, 5/3)$: $x = 0 \Rightarrow 3x - 5 = -5 < 0$
- $(5/3, \infty)$: $x = 2 \Rightarrow 3x - 5 = 3 \cdot 2 - 5 = 1 > 0$

	$(-\infty, 5/3)$	$(5/3, \infty)$
-3	-	-
$3x - 5$	-	+
$\frac{-3}{3x - 5}$	+	-

El conjunto de soluciones es: $(-\infty, 5/3)$

Resultados:



$$3. \quad \frac{3x}{x+2} \geq 2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3x}{x+2} - 2 \geq 0$$

$$\frac{3x - 2(x+2)}{x+2} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x-4}{x+2} \geq 0$$

Calculamos las raíces del numerador y del denominador:

$$\begin{aligned} x - 4 = 0 & \Leftrightarrow x = 4 \\ x + 2 = 0 & \Leftrightarrow x = -2 \end{aligned}$$

Estudiamos los signos en los intervalos: $(-\infty, -2)$, $(-2, 4)$, $(4, \infty)$

- $(-\infty, -2)$: $x = -3 \Rightarrow x - 4 = -3 - 4 = -7 < 0$
 $\Rightarrow x + 2 = -3 + 2 = -1 < 0$
- $(-2, 4)$: $x = 0 \Rightarrow x - 4 = 0 - 4 = -4 < 0$
 $\Rightarrow x + 2 = 0 + 2 = 2 > 0$
- $(4, \infty)$: $x = 5 \Rightarrow x - 4 = 5 - 4 = 1 > 0$
 $\Rightarrow x + 2 = 5 + 2 = 7 > 0$

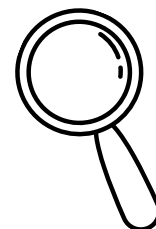
	$(-\infty, -2)$	$(-2, 4)$	$(4, \infty)$
$x - 4$	-	-	+
$x + 2$	-	+	+
$\frac{x - 4}{x + 2}$	+	-	+

El conjunto de soluciones es: $(-\infty, -2) \cup [4, \infty)$

Incluimos el valor $x = 4$, puesto que la desigualdad requiere que el cociente sea mayor o **igual** que 0.

No incluimos el valor $x = -2$, puesto que el cociente no está definido en -2 .

Resultados:



4.

$$\frac{1+x}{1-x} \geq 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1+x}{1-x} - 1 \geq 0$$

$$\frac{1+x-1(1-x)}{1-x} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x}{1-x} \geq 0$$

Calculamos las raíces del numerador y del denominador:

$$2x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$$

$$1 - x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 1$$

Estudiamos los signos en los intervalos: $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$, $(1, \infty)$

- $(-\infty, 0)$: $x = -1 \Rightarrow 2x = 2 \cdot (-1) = -2 < 0$
 $\Rightarrow 1 - x = 1 - (-1) = 2 > 0$
- $(0, 1)$: $x = 1/2 \Rightarrow 2x = 2 \cdot (1/2) = 1 > 0$
 $\Rightarrow 1 - x = 1 - (1/2) = 1/2 > 0$
- $(1, \infty)$: $x = 2 \Rightarrow 2x = 2 \cdot 2 = 4 > 0$
 $\Rightarrow 1 - x = 1 - 2 = -1 < 0$

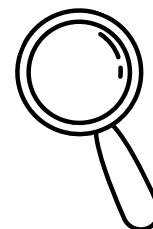
	$(-\infty, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
$2x$	-	+	+
$1 - x$	+	+	-
$\frac{2x}{1-x}$	-	+	-

El conjunto de soluciones es: $[0, 1)$

Incluimos el valor $x = 0$, puesto que la desigualdad requiere que el cociente sea mayor o **igual** que 0.

No incluimos el valor $x = 1$, pues el cociente no está definido en 1.

Resultados:



5.

$$\frac{450}{x} - 4 - 0,1x < 0 \Leftrightarrow \frac{450 - 4x - 0,1x^2}{x} < 0$$

$$\frac{4500 - 40x - x^2}{x} < 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2 - 40x + 4500}{x} < 0$$

Calculamos las raíces del numerador y del denominador:

$$x = 0$$

$$-x^2 - 40x + 4500 = 0$$

$$x = \frac{-(-40) \pm \sqrt{(-40)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4500}}{2 \cdot (-1)} = \frac{40 \pm 140}{-2} = \begin{cases} x_1 = -90 \\ x_2 = 50 \end{cases}$$

Obtenidas las raíces, podemos factorizar la ecuación de segundo grado:

$$-x^2 - 40x + 4500 = (-1)(x + 90)(x - 50) = (x + 90)(50 - x) = 0$$

Estudiamos los signos en los intervalos: $(-\infty, -90)$, $(-90, 0)$, $(0, 50)$, $(50, \infty)$

$$\begin{aligned} \bullet (-\infty, -90): \quad x = -100 &\Rightarrow (x + 90)(50 - x) = (-100 + 90)(50 - (-100)) = \\ &(-10)(150) = -1500 < 0 \\ &\Rightarrow x = -100 < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (-90, 0): \quad x = -10 &\Rightarrow (x + 90)(50 - x) = ((-10) + 90)(50 - (-10)) = (80) \\ &(60) = 4800 > 0 \\ &\Rightarrow x = -10 < 0 \end{aligned}$$

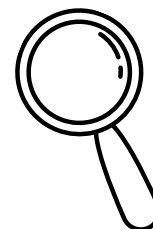
$$\begin{aligned} \bullet (0, 50): \quad x = 10 &\Rightarrow (x + 90)(50 - x) = (10 + 90)(50 - 10) = (100)(40) = \\ &4000 > 0 \\ &\Rightarrow x = 10 > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (50, \infty): \quad x = 60 &\Rightarrow (x + 90)(50 - x) = (60 + 90)(50 - 60) = (150)(-10) = \\ &-1500 < 0 \\ &\Rightarrow x = 60 > 0 \end{aligned}$$

	$(-\infty, -90)$	$(-90, 0)$	$(0, 50)$	$(50, \infty)$
$-x^2 - 40x + 4500$	-	+	+	-
x	-	-	+	+
$\frac{-x^2 - 40x + 4500}{x}$	+	-	+	-

El conjunto de soluciones es: $(-90, 0) \cup (50, \infty)$

Resultados:



6.

$$\frac{3x-2}{x-1} - 1 \geq \frac{2x-1}{x+1} \Leftrightarrow \frac{3x-2-(x-1)}{x-1} \geq \frac{2x-1}{x+1}$$

$$\frac{2x-1}{x-1} \geq \frac{2x-1}{x+1} \Leftrightarrow \frac{2x-1}{x-1} - \frac{2x-1}{x+1} \geq 0$$

Aplicamos el m.c.m. de ambos denominadores: m.c.m.((x-1), (x+1)) = (x-1)(x+1)

$$\frac{(2x-1)(x+1) - (2x-1)(x-1)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{2x^2+2x-x-1-2x^2+2x+x-1}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\frac{4x-2}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

Calculamos las raíces del numerador y del denominador:

$$4x-2=0 \Leftrightarrow 4x=2 \Leftrightarrow x=1/2$$

$$(x-1)(x+1)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \text{ o } x+1=0 \Leftrightarrow x=1 \text{ o } x=-1$$

Estudiamos los signos en los intervalos: $(-\infty, -1)$, $(-1, 1/2)$, $(1/2, 1)$, $(1, \infty)$

- $(-\infty, -1)$: $x = -2 \Rightarrow 4x-2 = -10 < 0$
 $\Rightarrow (x-1)(x+1) = ((-2)-1)((-2)+1) = 3 > 0$
- $(-1, 1/2)$: $x = 0 \Rightarrow 4x-2 = -2 < 0$
 $\Rightarrow (x-1)(x+1) = (-1)(1) = -1 < 0$
- $(1/2, 1)$: $x = 3/4 \Rightarrow 4x-2 = 4(3/4)-2 = 3-2 = 1 > 0$
 $\Rightarrow (x-1)(x+1) = (3/4-1)(3/4+1) = (-1/4)(7/4) = -7/16 < 0$
- $(1, \infty)$: $x = 3 \Rightarrow 4x-2 = 4\cdot 3-2 = 10 > 0$
 $\Rightarrow (x-1)(x+1) = (3-1)(3+1) = 8 > 0$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1/2)$	$(1/2, 1)$	$(1, \infty)$
$4x-2$	-	-	+	+
$(x-1)(x+1)$	+	-	-	+
$\frac{4x-2}{(x-1)(x+1)}$	-	+	-	+

El conjunto de soluciones es: $(-1, 1/2] \cup (1, \infty)$